

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ 30/11/2014

ΘΕΜΑ 1°

A.1) Θεωρία βιβλίου σελίδα 43-44

A.2) **Σ, Σ, Σ, Σ, Σ, Σ**

B)α) Το πολυώνυμο $P(3x)$ προκύπτει αν στο $P(x)$ θέσουμε όπου x το $3x$. Έτσι:

$$P(3x) = 2(3x)^2 + 5(3x) - 11 = 2 \cdot 9x^2 + 15x - 11 = 18x^2 + 15x - 11$$

β) Το πολυώνυμο $P(-x)$ προκύπτει αν στο $P(x)$ θέσουμε όπου x το $-x$. Έτσι:

$$P(-x) = 2(-x)^2 + 5(-x) - 11 = 2x^2 - 5x - 11$$

γ) Είναι $P(0) = -11$, οπότε:

$$Q(x) = P(3x) + P(-x) - P(0) = (18x^2 + 15x - 11) + (2x^2 - 5x - 11) - (-11) = 20x^2 + 10x - 11$$

ΘΕΜΑ 2°

A) i) $2x^2y - x^3y$ **ii)** $-\sqrt{2} + \sqrt{3}$ **iii)** $\frac{15}{10} \cdot x^5 = \frac{3}{2}x^5$ **iv)** $-8x^6y^4$

v) $3 - 4 = -1$ **vi)** $16x^2 : (-8x^6) = -2x^{-4} = -\frac{2}{x^4}$ **vii)** $\frac{2}{12}x^5y^3 = \frac{1}{6}x^5y^3$

B) $(2y - 1)^2 = 4y^2 - 4y + 1$

$$(3\alpha + \beta + 4\gamma)^2 = 9\alpha^2 + \beta^2 + 16\gamma^2 + 6\alpha\beta + 24\alpha\gamma + 8\beta\gamma$$

$$(x + \sqrt{2})^2 = x^2 + 2\sqrt{2}x + 2$$

$$(4x - 5y)^2 = 16x^2 - 40xy + 25y^2$$

$$(3x - 2)(3x + 2) = 9x^2 - 4$$

$$(\sqrt{2} + \sqrt{8})(\sqrt{2} - \sqrt{8}) = 2 - 8 = -6$$

$$(x - 3)^3 = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$$

$$(2\alpha + 1)^3 = 8\alpha^3 + 12\alpha^2 + 6\alpha + 1$$

$$(2x^2 - y^3)^3 = 8x^6 - 12x^4y^3 + 6x^2y^6 - y^9$$

$$(-\alpha - 1)^2 = \alpha^2 + 2\alpha + 1$$

Γ.1) i) $(x + y)^3 - 3(x + y)^2 \cdot y + 3(x + y) \cdot y^2 - y^3 =$

$$\begin{aligned}
&= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 - 3(x^2 + 2xy + y^2)y + (3x + 3y) \cdot y^2 - y^3 = \\
&= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 - (3x^2 + 6xy + 3y^2)y + 3xy^2 + 3y^3 - y^3 = \\
&= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 - 3x^2y - 6xy^2 - 3y^3 + 3xy^2 + 3y^3 - y^3 = \\
&= x^3
\end{aligned}$$

$$(x-1)(x+1)(x^2+1) - (x^2+2)^2 - 4x(1-x) =$$

$$\text{ii) } (x^2-1)(x^2+1) - (x^4+4x^2+4) - 4x+4x^2 =$$

$$x^4 - 1 - x^4 - 4x^2 - 4 - 4x + 4x^2 = -1 - 4 - 4x$$

Γ.2) Παίρνουμε ξεχωριστά και τα δύο μέλη της ισότητας και κάνουμε πράξεις ώστε να προκύψει το ίδιο αποτέλεσμα.

$$\alpha^2 + (2\alpha + 5)^2 = \alpha^2 + 4\alpha^2 + 20\alpha + 25 = 5\alpha^2 + 20\alpha + 25$$

$$(\alpha + 4)^2 + (2\alpha + 3)^2 = \alpha^2 + 8\alpha + 16 + 4\alpha^2 + 12\alpha + 9 = 5\alpha^2 + 20\alpha + 25$$

Άρα, η ισότητα ισχύει.

ΘΕΜΑ 3^ο

$$\text{A) i) } (\alpha - \beta)^2 + 4\alpha\beta = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 + 4\alpha\beta = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2$$

$$\text{ii) } (\alpha + \beta)^2 + (\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2 + \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 = 2\alpha^2 + 2\beta^2 = 2(\alpha^2 + \beta^2)$$

$$\text{B) α) } \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$$

$$\text{β) } \frac{\sqrt{8}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{8} \cdot \sqrt{2}}{2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{8 \cdot 2}}{2 \cdot 2} = \frac{\sqrt{16}}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

ΘΕΜΑ 4^ο

$$\text{A) i) } A = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{6} + 2 = 5 + 2\sqrt{6} \quad \text{και} \quad B = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 = 3 - 2\sqrt{6} + 2 = 5 - 2\sqrt{6}$$

$$\text{ii) } \Gamma = A \cdot B = (5 + 2\sqrt{6})(5 - 2\sqrt{6}) = 5^2 - (2\sqrt{6})^2 = 25 - 4 \cdot 6 = 25 - 24 = 1$$

$$\text{B) α) } x(x^2 - 9) = x(x-3)(x+3) \quad \text{β) } 2x(x-2) \quad \text{γ) } (3\alpha)^2 - 4^2 = (3\alpha + 4)(3\alpha - 4)$$

$$\text{δ) } (x^2)^2 + 2 \cdot 2x^2 + 2^2 = (x^2 + 2)^2 \quad \text{ε) } 5\alpha^2 x(y - 2\alpha^3 x^2)$$

$$\text{στ) } x^2(\alpha - 3) - 5x(3 - \alpha) = x^2(\alpha - 3) + 5x(\alpha - 3) = x(\alpha - 3)(x + 5)$$

$$\text{ζ) } (\alpha + \beta)(x - y)$$

$$\text{θ) } 10x^5 + 15x^4 - 5x^2 = 5x^2(2x^3 + 3x^2 - 1)$$

$$\text{ι) } (2x-1)^3 - 5(2x-1)^2 = (2x-1)^2[(2x-1)-5] = (2x-1)^2(2x-1-5) = (2x-1)^2(2x-6) = 2(2x-1)^2(x-3)$$

$$\text{κ) } (5x-2)^2 + 5(2-5x) = (5x-2)^2 - 5(5x-2) = (5x-2)[(5x-2)-5] = (5x-2)(5x-7)$$