

ΕΠΩΝΥΜΟ:.....

ΟΝΟΜΑ:.....

ΤΜΗΜΑ:.....

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:.....

## ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ 30/ 11/ 2014

### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Να αποδείξετε τις παρακάτω ταυτότητες:

**i)**  $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$

**ii)**  $\epsilon\phi x \cdot \sigma\phi x = 1$

Μονάδες 10

**A2.** Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της στήλης Α με τα ίσα τους στη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
$\eta\mu\omega$	$\frac{x}{y}$
$30^\circ$	$\frac{5\pi}{6}$
$\sigma\upsilon\nu\omega$	$\frac{x}{\rho}$
$\frac{3\pi}{4}$	$135^\circ$
$120^\circ$	$\frac{2\pi}{3}$
$\sigma\phi\omega$	$\frac{y}{\rho}$
$150^\circ$	$\frac{\pi}{6}$

Μονάδες 10

**A3.** Να χαρακτηρίσετε με σωστό ή λάθος καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις:

**i)** Μια συνάρτηση της μορφής  $f(x) = ax + b$  είναι αύξουσα.

**ii)** Όταν δύο ευθείες ταυτίζονται τότε το αντίστοιχο σύστημα έχει άπειρες λύσεις.

**iii)** Ένα γραμμικό σύστημα  $2 \times 2$  μπορεί να έχει ακριβώς δύο λύσεις.

**iv)** Αν  $D=0$  τότε το  $2 \times 2$  γραμμικό σύστημα έχει άπειρες λύσεις.

Μονάδες 5

## **ΘΕΜΑ Β**

**B1.** Δίνεται η  $f$  με πεδίο ορισμού το  $\mathbb{R}$ , η οποία είναι γνησίως μονότονη και τέτοια ώστε η γραφική της παράσταση να διέρχεται από τα σημεία  $A(2, 7)$  και  $B(3, 5)$ .

**i)** Να αποδείξετε ότι η  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα.

**ii)** Να λύσετε την ανίσωση  $f(4x-1) < 5$ .

Μονάδες 10

**B2.** Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης

$$A = 2\eta\mu^2 45^\circ - 3\epsilon\phi 45^\circ + 4\sigma\upsilon\nu^2 30^\circ - 6\eta\mu 30^\circ + 4\sigma\upsilon\nu^2 60^\circ$$

Μονάδες 7

**B3.** Να δείξετε τις ισότητες:

**i)**  $\eta\mu 60^\circ = 2\eta\mu 30^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ$

**ii)**  $\sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{3} = 1 - 2\eta\mu^2 \frac{\pi}{6}$

Μονάδες 8

## **ΘΕΜΑ Γ**

**Γ1.** Να λυθούν τα συστήματα:

**i)**  $(3x-5y)^2 + (4x+y-23)^2 = 0$

**ii)** 
$$\begin{cases} 2x-y=1 \\ 3x^2-y^2=5 \end{cases}$$

10

**Γ2.** Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = -2x^2 + 1$

**i)** Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της  $f(x)$ , η τιμή της  $f(0)$  και να εξετάσετε αν η  $f(x)$  είναι άρτια ή περιττή.

**ii)** Να μελετηθεί η  $f(x)$  ως προς τη μονοτονία στο  $[0, +\infty)$ .

**iii)** Να βρεθούν τα ακρότατα της  $f(x)$  στο πεδίο ορισμού της.

**iv)** Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης  $\varphi(x)$  της οποίας η γραφική παράσταση προκύπτει από δύο διαδοχικές μετατοπίσεις της γραφικής παράστασης της  $f(x)$ , κατά 3 μονάδες προς τα δεξιά και κατά 1 μονάδα προς τα κάτω.

**v)** Αν  $\varphi(x) = -2(x-3)^2$ , να λυθεί η ανίσωση  $\varphi(x+4)+1 < f(3-x)$  στο  $[0, +\infty)$ .

15

## **ΘΕΜΑ Δ**

**Δ1.** Δίνεται το σύστημα: 
$$\begin{cases} x-y=-\lambda \\ \lambda^3 x-\lambda y=-1 \end{cases}$$

**i)** Να βρεθούν οι τιμές του  $\lambda$  για τις οποίες το σύστημα έχει μοναδική λύση  $(x_0, y_0)$ , η οποία και να προσδιοριστεί.

**ii)** Να βρεθούν οι τιμές του  $\lambda$  ώστε να ισχύει:  $x_0 + y_0 = 3$ .

8+2

**iii)** Να αποδείξετε ότι:  $\frac{D_y}{\lambda^2+1} - \frac{D_x}{\lambda+1} - \frac{D}{\lambda} + \lambda = 1$

Μονάδες 7

**iv)** Να βρεθούν οι τιμές του  $\lambda$  για τις οποίες το σύστημα είναι αόριστο

Μονάδες 8



**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**