σύγχρονο
ΚΕΝΤΡΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΤΣΙΜΙΣΚΗ &ΚΑΡΟΛΟΥ ΝΤΗΛ ΓΩΝΙΑ ΤΗΛ: 270727–222594
ΑΡΤΑΚΗΣ 12 - Κ. ΤΟΥΜΠΑ ΤΗΛ: 919113–949422

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ 2/11/2014

ΘΕΜΑ 1ο

Α) Θεωρία - απόδειξη σχολικού βιβλίου

Β) 1-Σ, 2-Λ, 3-Σ, 4-Λ, 5-Λ, 6-Λ, 7-Σ, 8-Σ, 9-Λ, 10-Λ

Γ) μία, τεμνόμενες, παράλληλες, αντικείμενες , μεσοκάθετος, ισαπέχει από τις πλευρές της γωνίας- ισαπέχει από τις πλευρές είναι σημείο της διχοτόμου, συμπληρωματικές, έχουν άθροισμα μια ευθεία γωνία, τις προσκείμενες σε αυτή γωνίες

ΘΕΜΑ 2ο

Α) i) Ο γωνίες δεν είναι εφεξής, γιατί δεν έχουν κοινή πλευρά.

ii) Οι γωνίες δεν είναι εφεξής, γιατί ενώ έχουν κοινή κορυφή την Ο και κοινή πλευρά την ΟΑ, οι μη κοινές πλευρές τους δεν είναι εκατέρωθεν της κοινής πλευράς

Β) i) Για να σχεδιάσουμε τη συμπληρωματική της $x\hat{O}y$, φέρνουμε μια ευθεία ε κάθετη στην πλευρά Οx στο σημείο Ο. Η γωνία $y\hat{O}\varepsilon$ είναι η συμπληρωματική της $x\hat{O}y$.
Φέρνουμε στη συνέχεια την αντικείμενη ημιευθεία Οx΄ της πλευράς Οx, οπότε η γωνία yOx' είναι η παραπληρωματική της $x\hat{O}y$.

ii) Αφού οι γωνίες $x\hat{O}y$ και $y\hat{O}\varepsilon$ είναι συμπληρωματικές, δηλαδή το άθροισμα τους είναι ίσο με μία ορθή γωνία, η γωνία $x\hat{O}y$ θα είναι: $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$ της ορθής$=\frac{2}{3}\cdot 90^\circ=60^\circ$

ΘΕΜΑ 3ο

Α) 1) Θα έχουμε: ΑΟ= ΑΜ +ΜΟ και ΒΟ=ΜΟ-ΜΒ
Αν προσθέσουμε κατά μέλη τις παραπάνω σχέσεις, προκύπτει ότι: ΑΟ+ΟΒ= 2ΟΜ ή

$$\mathrm{OM}=\frac{\mathrm{OA}+\mathrm{OB}}{2}$$

2) Θα έχουμε: ΑΟ=ΑΜ+ΜΟ και ΟΒ=ΜΒ-ΟΜ
Αν αφαιρέσουμε κατά μέλη τις παραπάνω σχέσεις, προκύπτει ότι: ΑΟ-ΟΒ= 2ΟΜ ή

$$\mathrm{OM}=\frac{\mathrm{AO}-\mathrm{OB}}{2}$$

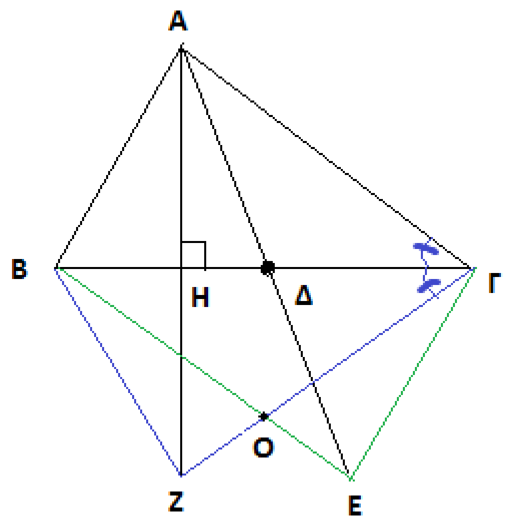
Β) Τα τρίγωνα ΜΔΒ και ΜΕΓ είναι ίσα από Π-Γ-Π, αφού i) ΒΜ= ΜΓ (Μ μέσο της ΒΓ), ii) $\hat{\mathrm{B}}=\hat{\Gamma}$ (ΑΒΓ ισοσκελές) και iii) ΒΔ= ΓΕ, ως άθροισμα ίσων τμημάτων (ΑΒ= ΑΓ και

ΑΔ= ΑΕ). Άρα ΜΔ= ΜΕ, δηλαδή το ΜΔΕ είναι ισοσκελές.

ΘΕΜΑ 4ο

Α) α) Τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΗΓ και ΖΗΓ είναι ίσα γιατί έχουν ΗΓ κοινή και ΑΗ=ΗΖ. Άρα και ΑΓ=ΓΖ. Ομοίως, τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΒΗ και ΖΒΗ είναι ίσα γιατί έχουν ΒΗ κοινή και ΑΗ=ΗΖ. Άρα, και ΑΒ=ΒΖ.

Για να δείξουμε ότι οι γωνίες $\mathrm{A\hat{\Gamma}B}$ και $\mathrm{B\hat{\Gamma}Z}$ είναι ίσες, συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΒΓΖ τα οποία είναι ίσα γιατί έχουν τις τρεις πλευρές τους αντίστοιχα ίσες μία προς μία. Επομένως, και τα υπόλοιπα στοιχεία τους αντίστοιχα θα είναι ίσα, οπότε και $\mathrm{A\hat{\Gamma}B = B\hat{\Gamma}Z}$.



β) Τα τρίγωνα ΒΔΕ και ΑΔΓ είναι ίσα από Π-Γ-Π γιατί έχουν ΑΔ=ΔΕ , ΒΔ=ΔΓ (αφού ΑΔ διάμεσος) και $\hat{\Delta}_1 = \hat{\Delta}_2$ ως κατακορυφήν.

γ) Από την προηγούμενη ισότητα τριγώνων προκύπτει ότι $\mathrm{A\hat{\Gamma}\Delta = E\hat{B}\Delta}$. Όμως και $\mathrm{A\hat{\Gamma}\Delta = \Delta\hat{\Gamma}Z}$ (βλέπε ερώτημα 1) , επομένως θα είναι $\mathrm{\Delta\hat{\Gamma}Z = \Delta\hat{B}E}$, δηλαδή $\mathrm{\Delta\hat{\Gamma}O = \Delta\hat{B}O}$. Επομένως το τρίγωνο ΟΒΓ είναι ισοσκελές γιατί έχει τις προσκείμενες στη βάση γωνίες ίσες.

Β) Τα τρίγωνα ΑΚΓ και ΔΛΖ είναι ίσα από Π-Γ-Π γιατί ΑΓ= ΔΖ, ΑΚ= ΔΛ και $\hat{A}_1 = \hat{\Delta}_1$, ως μισά ίσων γωνιών. Άρα $\hat{\Gamma} = \hat{Z}$.

Τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ είναι ίσα από Γ-Π-Γ γιατί ΑΓ= ΔΖ, $\hat{A} = \hat{\Delta}$ και $\hat{\Gamma} = \hat{Z}$.