ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ 5 | 1 | 15

Θέμα 1ο

Α. Θεωρία βιβλίου

Β.1 (γ)

Β.2 Όχι, διότι δεν ικανοποιείται η τριγωνική ανισότητα για την πλευρά γ.

Β.3 (α) διότι σε ένα τρίγωνο απέναντι από άνισες πλευρές βρίσκονται ομοιοτρόπως άνισες γωνίες.

Β.4 (δ)

Β.5 Ισχύει ότι $\text{ΑΓ} > \text{ΒΓ} \Rightarrow \hat{\text{Β}} > \hat{\text{Α}} \Leftrightarrow 180^\circ - \hat{\text{Β}}_1 > 180^\circ - \hat{\text{Α}}_1 \Leftrightarrow -\hat{\text{Β}}_1 > -\hat{\text{Α}}_1 \Leftrightarrow \hat{\text{Α}}_1 > \hat{\text{Β}}_1$

Θέμα 2ο

Α. α) Είναι από υπόθεση: ΑΔ= ΑΒ (1), ΑΕ= ΑΓ (2)

Οι γωνίες $\widehat{\text{ΔΑΕ}}$ και $\widehat{\text{ΒΑΓ}}$ είναι κατακορυφήν, οπότε: $\widehat{\text{ΔΑΕ}} = \widehat{\text{ΒΑΓ}}$ (3)

Από τις σχέσεις (1), (2) και (3) προκύπτει (από κριτήριο Π-Γ-Π) ότι τα τρίγωνα ΑΔΕ και ΑΒΓ είναι ίσα, επομένως: $\hat{\Delta} = \hat{\text{Β}}$ (4) και ΔΕ= ΒΓ (5)

β) Οι γωνίες $\widehat{\text{ΒΑΜ}}$ και $\widehat{\text{ΔΑΖ}}$ είναι κατακορυφήν, άρα: $\widehat{\text{ΒΑΜ}} = \widehat{\text{ΔΑΖ}}$ (6) και από υπόθεση ισχύει ότι: $\text{ΜΒ} = \text{ΜΓ} = \dfrac{\text{ΒΓ}}{2}$ (7). Από τις σχέσεις (1), (4) και (6) προκύπτει ότι τα τρίγωνα ΑΔΖ και ΑΒΜ είναι ίσα, οπότε: $\Delta\text{Ζ} = \text{ΒΜ} \overset{(7)}{=} \dfrac{\text{ΒΓ}}{2} \overset{(5)}{=} \dfrac{\Delta\text{Ε}}{2}$

άρα το σημείο Ζ είναι μέσο της ΔΕ, δηλαδή η ΑΖ είναι διάμεσος του τριγώνου ΑΔΕ.

Β. 1)Τα τρίγωνα ΑΔΚ και ΑΚΕ έχουν:

α) ΑΔ=ΑΕ , από υπόθεση,
β) $\hat{\text{Α}}_1 = \hat{\text{Α}}_2$, αφού ΑΜ διχοτόμος,
γ) ΑΚ κοινή πλευρά
Άρα από το κριτήριο ΠΓΠ, προκύπτει ότι τα τρίγωνα είναι ίσα.
Επομένως θα έχουν και τα υπόλοιπα στοιχεία τους αντίστοιχα ίσα, δηλαδή:
α) ΔΚ= ΕΚ
β) $\widehat{\Delta\text{ΚΑ}} = \widehat{\text{ΕΚΑ}}$ (2)
γ) $\widehat{\text{ΑΔΚ}} = \widehat{\text{ΚΕΑ}}$

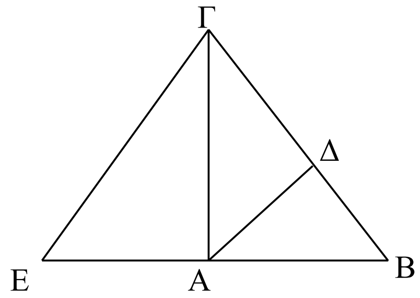
2) Αναγκαστικά στο τρίγωνο ΑΒΓ η διχοτόμος ΑΜ θα είναι και ύψος και διάμεσος, άρα $AM \perp B\Gamma \Rightarrow KM \perp HZ$ (1) και $BM = M\Gamma$.

Επίσης παρατηρούμε ότι $\left.\begin{array}{l}\widehat{\Delta KA} = \widehat{MKZ}, \text{ ως κατακορυφήν} \\ \widehat{EKA} = \widehat{HKM}, \text{ ως κατακορυφήν}\end{array}\right\} \overset{(2)}{\Rightarrow} \widehat{MKZ} = \widehat{HKM}$ (4) ,

άρα στο τρίγωνο ΗΚΖ η ΚΜ είναι ύψος από σχέση (1) και διχοτόμος από (4) , επομένως και διάμεσος, δηλαδή ισχύει ότι ΗΜ= ΜΖ.

Θέμα 3ο

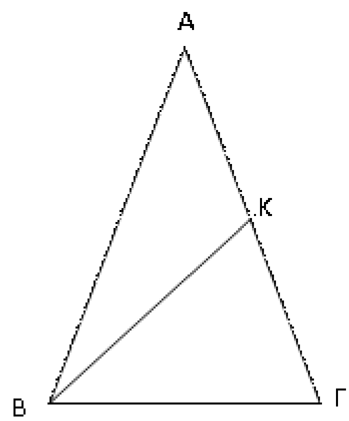
Α. Από το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΔΒ είναι ΑΒ > ΑΔ. Άρα ισχύει ότι ΑΒ > ΑΕ, άρα είναι ΓΒ > ΓΕ.



Θέμα 4ο

Α. (α) Η γωνία $A\hat{K}B$ είναι εξωτερική στο τρίγωνο ΒΚΓ άρα ισχύει ότι $A\hat{K}B > \hat{\Gamma} = \hat{B}$.

(β) Είναι $K\hat{B}\Gamma < \hat{B}$ άρα $K\hat{B}\Gamma < \hat{\Gamma}$. Επομένως στο τρίγωνο ΚΒΓ είναι ΚΓ < ΚΒ.

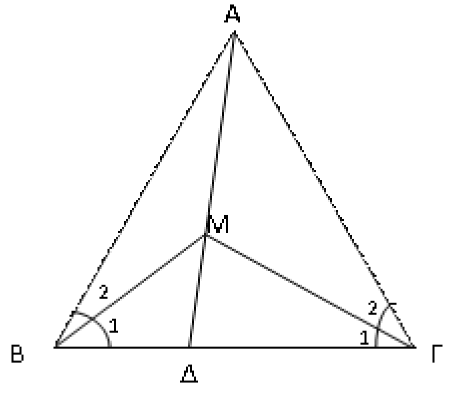


Β. (α) Τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΓΔ έχουν ΑΒ=ΑΓ, την πλευρά ΑΔ κοινή και ΒΔ<ΔΓ, άρα

$B\hat{A}\Delta < \Delta\hat{A}\Gamma$

(β) i) Τα τρίγωνα ΒΜΑ και ΓΜΑ έχουν ΑΒ=ΑΓ, την ΑΜ κοινή και

$B\hat{A}M < M\hat{A}\Gamma$, άρα ΜΒ<ΜΓ.



ii) Στο τρίγωνο ΒΜΓ είναι ΜΒ<ΜΓ, άρα :

$$\hat{B}_1 > \hat{\Gamma}_1 \Leftrightarrow \hat{B} - \hat{B}_2 > \hat{\Gamma} - \hat{\Gamma}_2 \Leftrightarrow -\hat{B}_2 > -\hat{\Gamma}_2 \Leftrightarrow \hat{B}_2 < \hat{\Gamma}_2$$