σύγχρονο

ΚΕΝΤΡΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ 5| 1 | 15

Θέμα 1ο

Α) Θεωρία βιβλίου σελ. 184

Β) $\widehat{A}+\widehat{B}+\widehat{\Gamma}=180^\circ \Leftrightarrow \widehat{B}+45^\circ=180^\circ \Leftrightarrow \widehat{B}=135^\circ$

Από νόμο συνημιτόνων για την πλευρά ΑΓ θα έχουμε

$$A\Gamma^2=AB^2+B\Gamma^2-2A\Gamma\cdot B\Gamma\cdot \sigma\upsilon\nu 135^\circ=49+50-70\sqrt{2}\cdot\left(-\sigma\upsilon\nu 45^\circ\right)=99+70\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=169 \text{ ά}$$

ρα $A\Gamma=\sqrt{169}=13$

Θέμα 2ο

Α) Από νόμο συνημιτόνων για την πλευρά ΑΒ θα έχουμε

$$AB^2=A\Gamma^2+B\Gamma^2-2A\Gamma\cdot B\Gamma\cdot\sigma\upsilon\nu\widehat{\Gamma}=9+64-48\sigma\upsilon\nu 60^\circ=73-\frac{48}{2}=73-24=49$$, άρα

$AB=\sqrt{49}=7$

Από το 1ο θεώρημα διαμέσων έχουμε

$$AB^2+A\Gamma^2=2AM^2+\frac{B\Gamma^2}{2}\Leftrightarrow 49+9=2AM^2+\frac{64}{2}\Leftrightarrow 2AM^2=58-32\Leftrightarrow AM^2=\frac{26}{2}\Leftrightarrow AM=\sqrt{13}$$

Β) α) Επειδή $\alpha=3=\sqrt{9}>\sqrt{5}$, είναι $\left.\begin{array}{l}\alpha^2=9\\ \beta^2+\gamma^2=2+5=7\end{array}\right\}\Rightarrow\alpha^2>\beta^2+\gamma^2\Rightarrow\widehat{A}>90^\circ$, άρα αμβλυγώνιο.

β) Από νόμο συνημιτόνων για την πλευρά ΑΒ θα έχουμε

$$AB^2=A\Gamma^2+B\Gamma^2-2A\Gamma\cdot B\Gamma\cdot\sigma\upsilon\nu\widehat{\Gamma}\Leftrightarrow 5=2+9-6\sqrt{2}\sigma\upsilon\nu\widehat{\Gamma}\Leftrightarrow\sigma\upsilon\nu\widehat{\Gamma}=\frac{6}{6\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\sigma\upsilon\nu\widehat{\Gamma}=\frac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow\widehat{\Gamma}=45^\circ$$

γ) Από γενικευμένο Πυθαγόρειο αμβλείας γωνίας για την πλευρά ΒΓ έχουμε

$$B\Gamma^2 = AB^2 + A\Gamma^2 - 2AB\cdot A\Delta \Leftrightarrow 9 = 5 + 2 + 2\cdot\sqrt{5}\cdot A\Delta \Leftrightarrow A\Delta = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

<u>**Θέμα 3$^\text{ο}$**</u>

Α) α) $\left.\begin{array}{l} B\Gamma^2 = 144 \\ AB^2 + \Gamma A^2 = 100 \end{array}\right\} \Rightarrow B\Gamma^2 > AB^2 + \Gamma A^2 \Leftrightarrow \widehat{A} > 90^\circ$ άρα αμβλυγώνιο.

β) Από το 1$^\text{ο}$ θεώρημα διαμέσων έχουμε

$AB^2 + A\Gamma^2 = 2AM^2 + \dfrac{B\Gamma^2}{2} \Leftrightarrow 36 + 64 = 2AM^2 + \dfrac{144}{2} \Leftrightarrow 200 = 4AM^2 + 144 \Leftrightarrow AM^2 = 14$, άρα AM=$\sqrt{14}$

γ) Από το 2$^\text{ο}$ θεώρημα διαμέσων έχουμε

$$AB^2 + A\Gamma^2 = 2B\Gamma\cdot M\Delta \Leftrightarrow 100 = 24M\Delta \Leftrightarrow M\Delta = \frac{25}{6}$$

Β) α) Από νόμο συνημιτόνων για την πλευρά ΒΓ θα έχουμε

$$B\Gamma^2 = AB^2 + A\Gamma^2 - 2AB\cdot A\Gamma\cdot\sigma\upsilon\nu\widehat{A} \Leftrightarrow \alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta\gamma\cdot\sigma\upsilon\nu 120^\circ \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta\gamma\cdot\left(-\sigma\upsilon\nu 60^\circ\right) \Leftrightarrow \alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - \cancel{2}\beta\gamma\cdot\left(-\frac{1}{\cancel{2}}\right) \Leftrightarrow \alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 + \beta\gamma$$

β) Από το 1$^\text{ο}$ θεώρημα διαμέσων έχουμε

$$AB^2 + A\Gamma^2 = 2AM^2 + \frac{B\Gamma^2}{2} \Leftrightarrow \gamma^2 + \beta^2 = 2\mu_\alpha{}^2 + \frac{\alpha^2}{2} \Leftrightarrow 2\gamma^2 + 2\beta^2 = 4\mu_\alpha{}^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \beta\gamma \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \mu_\alpha{}^2 = \beta^2 + \gamma^2 - \beta\gamma = 4\gamma^2 + \gamma^2 - 2\gamma^2 = 3\gamma^2 \Leftrightarrow \mu_\alpha = \frac{\gamma\sqrt{3}}{2}$$

<u>**Θέμα 4$^\text{ο}$**</u>

Α) α) Το τρίγωνο ΜΑΒ είναι ορθογώνιο αφού η εγγεγραμμένη γωνία $A\widehat{M}B$ βαίνει σε ημικύκλιο άρα είναι ορθή. Το ΜΔ είναι το ύψος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα του ορθογωνίου τριγώνου επομένως θα ισχύει ότι $M\Delta^2 = \Delta A\cdot\Delta B$

β) Από το 1$^\text{ο}$ θεώρημα διαμέσων στο ορθογώνιο τρίγωνο ΜΔΓ έχουμε

$$M\Gamma^2 + M\Delta^2 = 2MO^2 + \frac{\Delta\Gamma^2}{2} \ (1).$$

Όμως είναι $\left.\begin{matrix} AO = BO = R \\ A\Gamma = B\Delta \end{matrix}\right\} \Rightarrow \Gamma O = O\Delta$, ως διαφορά ίσων τμημάτων, επομένως θα είναι ΓΔ=ΓΟ+ΟΔ=2ΟΔ (2)

Άρα θα έχουμε

$$(1) \overset{(2)}{\Rightarrow} M\Gamma^2 + M\Delta^2 = 2R^2 + \frac{4O\Delta^2}{2} \Leftrightarrow M\Gamma^2 + M\Delta^2 = 2R^2 + 2O\Delta^2 = 2\left(R^2 + O\Delta^2\right)$$

Β) α) Από τη σχέση $\frac{AB}{3} = \frac{A\Gamma}{4} = \frac{B\Gamma}{5}$ προκύπτει ότι $A\Gamma = \frac{4}{5}B\Gamma < B\Gamma$ και $AB = \frac{3}{5}B\Gamma$ <ΒΓ.

Επομένως εφαρμόζοντας Α.Π.θ. έχουμε ότι $B\Gamma^2 = A\Gamma^2 + AB^2$, άρα το τρίγωνο είναι ορθογώνιο με $\widehat{A} = 90^\circ$.

β) Ισχύει ότι: $\frac{\Delta B}{\Delta\Gamma} = \frac{AB^2}{A\Gamma^2} = \frac{\frac{9}{\cancel{25}}\cancel{B\Gamma^2}}{\frac{16}{\cancel{25}}\cancel{B\Gamma^2}} = \frac{9}{16}$