

ΕΠΩΝΥΜΟ:

ΟΝΟΜΑ:

ΤΜΗΜΑ:

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ 15 / 02 / 15

ΘΕΜΑ 1ο

A1. Έστω η εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$, $a \neq 0$ που έχει ρίζες τους αριθμούς x_1, x_2

Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των ριζών $S = x_1 + x_2$ ισούται με $S = -\frac{\beta}{\alpha}$

Να αποδείξετε ότι το γινόμενο των ριζών $P = x_1 \cdot x_2$ ισούται με $P = \frac{\gamma}{\alpha}$

Μονάδες 10

A2. Έστω η εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$, $a \neq 0$ με x_1, x_2 ρίζες αυτής. Να γράψετε το τριώνυμο ως γινόμενο ανάλογα με το πλήθος των ριζών του.

Μονάδες 7,5

A3. Έστω η εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$, $a \neq 0$ με x_1, x_2 ρίζες αυτής. Να γράψετε το πρόσημο του τριωνύμου στην περίπτωση όπου $\Delta > 0$ και $\Delta < 0$

Μονάδες 7,5

ΘΕΜΑ Β

B1. Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο $3x^2 - 2x - 1$.

Μονάδες 4

B2. Να βρείτε τις τιμές του x , για τις οποίες έχει νόημα η παράσταση $A(x) = \frac{x-1}{3x^2-2x-1}$ και στην συνέχεια να την απλοποιήσετε.

Μονάδες 6

B3. Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των $3x^2 - 2x - 1 < 0$ και $x^2 - 5x + 6 > 0$

Μονάδες 7

B4. Να λυθεί η εξίσωση:

$$|A(x)| = 1$$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Να λυθούν οι παρακατω εξισώσεις :

A) $\frac{|x-2|-1}{3} - \frac{3|2-x|-1}{2} = -|2-x|$

B) $x^2 - 2x + 1 = |1-x| + 2$

Γ) $x^4 + x = 0$

Μονάδες 9

Γ2. Να βρεθεί η τιμή του πραγματικού αριθμού λ αν η εξίσωση:

$$x^2 + x(\sqrt{|\lambda-3|+1}+3) + 4 = 0$$

έχει διπλή ρίζα.

Μονάδες 8

Γ3. α. Ποιο είναι το κ όταν η εξίσωση $\kappa x^2 - 4x - 35 = 0$ έχει άθροισμα ριζών ίσο με 1;

β. Ποιο είναι το κ όταν η εξίσωση $2x^2 + \kappa(x - 6) = 0$ έχει ρίζες το γινόμενο των οποίων είναι $-\frac{1}{2}$;

Μονάδες 4+4

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Δίνεται η εξίσωση :

$$x^2 - 4x + 2 - \lambda^2 = 0 \text{ με παράμετρο } \lambda \in \mathcal{R}$$

α) Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε τιμή του $\lambda \in \mathcal{R}$ η παραπάνω εξίσωση έχει δύο ρίζες άνισες.

Μονάδες 3

β) Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της παραπάνω εξίσωσης τότε να βρεθούν:

β1.) $A = x_1 + x_2$, $B = x_1 \cdot x_2$

β2.) $\Gamma = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$, $\Delta = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

Μονάδες 1+1+2+1

γ) Αν η μία ρίζα της εξίσωσης είναι ο αριθμός $2 + \sqrt{3}$ τότε :

γ1.) Να αποδείξετε ότι η άλλη ρίζα της είναι το $2 - \sqrt{3}$.

γ2.) Να βρεθεί το λ .

Μονάδες 2+2

Δ2. Δίνεται η εξίσωση $(\lambda + 2)x^2 - (\lambda^2 - 4)x - (2 - \lambda) = 0$ με $-2 < \lambda < 2$

α) Να αποδείξετε η εξίσωση είναι 2^{ου} βαθμού.

Μονάδες 1

β) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει δύο ρίζες x_1, x_2 άνισες.

Μονάδες 2

γ) Αν για τις παραπάνω ρίζες x_1, x_2 ισχύει $x_1(1 - 3x_2) + 2x_2 = x_2(x_1 - 2) - 3x_1$ να βρεθεί η τιμή του λ .

Μονάδες 4

δ) Για $\lambda = -1$ να βρεθούν οι κοινές λύσεις των εξισώσεων:

$$\frac{x^2 + 3\lambda}{2x + 2} = \frac{x}{x + 1} \text{ και } x^2(x + 2\lambda) + \lambda x = x(1 - \lambda)$$

Μονάδες 3

ε) Αν η κοινή τους λύση είναι το $x = 3$ τότε να βρεθεί το τριώνυμο που έχει ως ρίζες την παραπάνω τιμή και την αντιστροφή της.

Μονάδες 3



ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ