



ΚΕΝΤΡΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΤΣΙΜΙΣΚΗ & ΚΑΡΟΛΟΥ ΝΤΗΛ ΓΩΝΙΑ ΤΗΛ: 270727-222594
ΑΡΤΑΚΗΣ 12 - Κ. ΤΟΥΜΠΑ ΤΗΛ: 919113-949422
www.syghrono.gr

ΕΠΩΝΥΜΟ:.....

ΟΝΟΜΑ:.....

ΤΜΗΜΑ:.....

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:.....

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ 15 /02 /2015

ΘΕΜΑ Α

A.1 Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $x - \rho$ ισούται με $P(\rho)$.

[Μονάδες 10]

A.2 Πότε μια συνάρτηση λέγεται περιοδική;

[Μονάδες 5]

A.3 Να επιλέξετε Σ για σωστή ή Λ για λάθος για καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις:

1. Ισχύει ότι $\eta\mu\left(\frac{3\pi}{2} + \omega\right) = \eta\mu\omega$

2. Είναι $\epsilon\phi x \cdot \sigma\phi x = 1$

3. Ισχύει ότι $\epsilon\phi^2 x \leq 1$

4. Αν $f(x) \geq f(x_0)$ για κάθε x_0 , τότε στο x_0 η f παρουσιάζει ελάχιστο.

5. Αν $x_1 < x_2$ τότε αν η f είναι γνησίως αύξουσα ισχύει $f(x_1) > f(x_2)$.

6. Αν το $x - 1$ παράγοντας του $P(x)$ τότε το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x - 1$ είναι ίσο 1.

7. Το $P(x) = \alpha x^3 + \beta x - 3$, α, β ακέραιοι, μπορεί να έχει ρίζα το $x = 2$.

8. Όταν η διαίρεση $P(x) : Q(x)$ **δεν** είναι τέλεια τότε το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $Q(x)$ έχει βαθμό μικρότερο από τον βαθμό του $Q(x)$.

9. Αν $P(x)(x^2 - 2) = 2x^2 - 3x + 1$ τότε το $P(x)$ είναι πρώτου βαθμού.

10. Αν το $P(x)$ είναι μηδενικού βαθμού τότε $P(x - 3) = P(x)$.

[Μονάδες 10]

ΘΕΜΑ Β

B.1 Αν $\eta\mu\alpha = \frac{4}{5}$, με $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ και $\eta\mu\beta = -\frac{5}{13}$ με $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$, να υπολογιστούν το $\eta\mu(\alpha + \beta)$, $\sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta)$ και $\epsilon\phi(\alpha - \beta)$.

[Μονάδες 8]

B.2 Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\eta\mu 2x - 1 = 2\eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x$

β) $\epsilon\phi x \cdot \eta\mu x + 1 = \eta\mu x + \epsilon\phi x$

[Μονάδες 5+5]

B.3 Να αποδείξετε ότι: $\frac{\eta\mu 2\alpha}{1 - \sigma\upsilon\nu 2\alpha} \cdot \frac{1 - \sigma\upsilon\nu\alpha}{\sigma\upsilon\nu\alpha} = \epsilon\phi \frac{\alpha}{2}$

[Μονάδες 7]

ΘΕΜΑ Γ

Γ.1 Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = a\sigma\upsilon\nu(\beta x)$, όπου $\beta < 0$ και $a \in \mathbb{R}$. Αν γνωρίζετε ότι η

γραφική παράσταση της f διέρχεται από τα σημεία $A(0, \beta + 5)$ και $B\left(\frac{4\pi}{\beta}, 4\beta^2\right)$ τότε:

α) Να αποδείξετε ότι $a = 4$ και $\beta = -1$.

β) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης f καθώς και την περίοδό της.

γ) Να βρεθεί ο τύπος της συνάρτησης $g(x)$ η οποία προκύπτει από μετατόπιση της C_f κατά $\frac{\pi}{3}$ αριστερά και κατά 5 μονάδες κάτω.

δ) Αν $f(\alpha) = \frac{\pi}{2013}$ να βρεθεί το $f(-\alpha)$

[Μονάδες 5+6+4+5]

Γ.2 Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = (\alpha - 1)x^3 + \alpha x^2 - (3\alpha - \beta)x + 3\beta$. Να βρείτε τα $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, ώστε το $P(x)$ να έχει ρίζα το 2 και η αριθμητική τιμή του για $x = -1$ να είναι 6.

[Μονάδες 5]

ΘΕΜΑ Δ

Δ.1 Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = \frac{(\lambda-1)(\lambda-5)}{-3}x^3 + (\lambda-5)x^2 + \lambda x + (\lambda-2)$. Να βρεθεί ο βαθμός του πολυωνύμου για τις διάφορες τιμές του λ , όπου $\lambda \in \mathbb{R}$.

[Μονάδες 3]

Δ.2 I) Αν $\lambda=2$ να βρεθεί το πολυώνυμο $P(x)$ με βάση τον παραπάνω τύπο και στη συνέχεια να βρείτε τις ρίζες του πολυωνύμου, και την αριθμητική τιμή για $x=1$

II) Να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης για την πράξη $P(x):(x-1)$. Αν είναι απαραίτητο να κάνετε διαίρεση ή Horner.

[Μονάδες 2+2]

Δ.3 Α) Αν $Q(x) = a(x^3 - x^2 + x) + b(-x^3 - x^2)$, να βρείτε τις τιμές των a και b έτσι ώστε τα πολυώνυμα $Q(x)$ και $P(x)$ να είναι ίσα.

[Μονάδες 3]

Β) Θεωρούμε πολυώνυμο $P(x)$ το οποίο όταν διαιρείται με το $x-2$ δίνει υπόλοιπο -1 και όταν διαιρείται με το $x+1$ δίνει υπόλοιπο 2 . Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x):(x^2 - x - 2)$.

[Μονάδες 3]

Γ) Δίνεται το πολυώνυμο: $P(x) = \lambda x^3 + (\lambda - \mu)x^2 - 4\lambda x + 3$

Το $P(x)$ έχει ρίζα το 1 και η αριθμητική του τιμή για $x = -2$ είναι 15 .

α) Να βρείτε τους αριθμούς λ και μ .

β) Δίνεται πολυώνυμο $Q(x)$ για το οποίο ισχύει: $(2x-1)Q(x) = P(x)$

i) Να βρείτε το πολυώνυμο $Q(x)$.

ii) Να λύσετε την εξίσωση: $P(-1) \cdot \eta\mu^2 x - 18 \sigma\upsilon\nu x = P(Q(-2))$

[Μονάδες 3+4+5]



ΔΙΑΡΚΕΙΑ 3 ΩΡΕΣ