



ΚΕΝΤΡΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΤΣΙΜΙΣΚΗ & ΚΑΡΟΛΟΥ ΝΤΗΛ ΓΩΝΙΑ ΤΗΛ : 270727 – 222594
ΑΡΤΑΚΗΣ 12 – Κ. ΤΟΥΜΠΑ ΤΗΛ : 919113 – 949422
www.syghrono.gr

ΕΠΩΝΥΜΟ:

ΟΝΟΜΑ:

ΤΜΗΜΑ:

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ 05 / 01 / 2015

ΘΕΜΑ 1°

A1. Έστω δύο διανύσματα $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ με συντελεστές διεύθυνσης λ_1 και λ_2 αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι: $\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2$

Μονάδες 7

A2. Να γράψετε τον ορισμό του εσωτερικού γινομένου δύο διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

Μονάδες 8

A3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως **Σωστό ή Λάθος**

1. Το διάνυσμα $\vec{\alpha} = (2, 0)$ είναι παράλληλο στον άξονα $x'x$

2. Αν $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = -|\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$ τότε τα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι αντίροπα

3. Αν ισχύει $\overline{AM} = \overline{BM}$ τότε το M μέσο του \overline{AB}

4. Τα σημεία A, B, Γ είναι συνευθειακά όταν ισχύει $\kappa \cdot \overline{AB} = \lambda \cdot \overline{AG}$ με $\kappa, \lambda \neq 0$

5. Αν ισχύει $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0$ τότε $\vec{\alpha} // \vec{\beta}$

6. Αν για τις ευθείες ε_1 και ε_2 ισχύει $\lambda_{\varepsilon_1} \cdot \lambda_{\varepsilon_2} = -1$, τότε οι ευθείες είναι παράλληλες

7. Το διάνυσμα $\vec{\alpha} = (-1, 1)$ σχηματίζει γωνία 45° με τον άξονα $x'x$

8. Το διάνυσμα $\vec{\alpha} = (\kappa, -1)$ είναι κάθετο στην ευθεία $\varepsilon: y = \kappa x + 2014$

9. Για την ευθεία $\varepsilon: y = -2$ διέρχεται από τα σημεία A(-2, -1) και B(-2, 1)

10. Αν για την ευθεία (ε) ισχύει $\lambda_\varepsilon < 0$ τότε η ευθεία σχηματίζει αμβλεία γωνία με τον άξονα $x'x$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 2ο

B1. Δίνεται τρίγωνο ABΓ με A(4, -2), B(-3, 8) και Γ(-5, -6). Να βρείτε τα διανύσματα

\overline{AB} , $\overline{BΓ}$ και $\left| 2\overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{BΓ} \right|$.

Μονάδες 6

B2. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ για τα οποία ισχύουν:

$$|\vec{\alpha}|=1, |\vec{\beta}|=2 \text{ και } |3\vec{\alpha} + \vec{\beta}| = |\vec{\alpha} - \vec{\beta}|$$

α) Να βρείτε την γωνία $\left(\hat{\vec{\alpha}}, \hat{\vec{\beta}}\right)$

β) θεωρούμε τα διανύσματα $\vec{v} = |3\vec{\alpha} + 4\vec{\beta}| \cdot \vec{\alpha} + \vec{\beta}$ και $\vec{w} = \vec{\alpha} + \kappa\vec{\beta}$ τα οποία είναι κάθετα.

γ) Να αποδείξετε ότι $\kappa = 2$.

ii) αν ισχύουν: $\vec{OA} = \vec{\alpha}$, $\vec{OB} = \vec{\beta}$ και $\vec{OG} = \lambda\vec{w}$ να βρείτε για ποια τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ τα σημεία A, B, Γ είναι συνευθειακά.

Μονάδες 5+7+7

ΘΕΜΑ 3°

Γ1. Δίνονται τα σημεία A(α, 5) και B(3, 2α) με $\alpha \in \mathbb{R}$. Η ευθεία ε, που διέρχεται από τα σημεία A και B, σχηματίζει γωνία 135° με τον άξονα x'x.

α) Να βρείτε τον αριθμό α και την εξίσωση της ε.

β) Αν $\alpha = 2$ και το σημείο B(β, 3β - 5) ανήκει στην ευθεία ε να βρείτε:

β1) Τον αριθμό β και την απόσταση του B από την αρχή των αξόνων.

β2) Αν $\beta = 3$ να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ζ που διέρχεται από το B και είναι κάθετη στην ε.

β3) Το σημείο Γ της ε και το σημείο Δ της ζ ώστε το ΓΔ να έχει μέσο το M(2, 7).

Μονάδες 4+5+5+5

Γ2. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j}$ και $\vec{\beta} = (y-2)\vec{i} + (x+6)\vec{j}$

με $x, y \in \mathbb{R}$ για τα οποία ισχύει:

$$2\vec{a} - 3\vec{\beta} = (-7, -6)$$

α) Να αποδείξετε ότι $x = -2$ και $y = 3$.

β) Να γράψετε το διάνυσμα $\vec{\gamma} = -10\vec{i} + 4\vec{j}$ ως γραμμικό συνδυασμό των \vec{a} και $\vec{\beta}$.

Μονάδες 3+3

ΘΕΜΑ 4ο

Δ1. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} = (\kappa, 8)$ και $\vec{\beta} = (\mu, 2\mu + 3)$ και ευθεία ε ώστε:

$$\text{προβ}_{\vec{\beta}} \vec{a} = (-5, 5) \text{ και } \varepsilon // \vec{a}$$

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων \vec{a} και $\vec{\beta}$.

β) Αν $\mu = -1$ και $\kappa = -2$ και επιπλέον η ευθεία ε τέμνει τους άξονες x'x και y'y στα σημεία Γ και Δ αντίστοιχα, ώστε το μέσο M του ΓΔ να έχει τεταγμένη κατά 3 μεγαλύτερη από την τεταγμένη του. Να βρείτε:

β1) Την εξίσωση της ευθείας ε.

β2) Αν $\vec{OH} = 3\vec{\beta} - \vec{a}$ να βρείτε το σημείο H, καθώς και το συμμετρικό του ως προς την ευθεία ε.

Μονάδες 5+6+6

Δ2. Δίνεται το σημείο A(2λ - 3, 6λ - 11) με $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Να αποδείξετε ότι το σημείο A κινείται πάνω σε ευθεία ε.

β) Αν η ευθεία ε έχει εξίσωση $y = 3x - 2$ να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε τιμή του $\theta \in \mathbb{R}$, το σημείο B(2 - συν²θ, 1 + 3ημ²θ) ανήκει στην ευθεία ε.

Μονάδες 4+4

ΧΡΟΝΙΑ ΠΟΛΛΑ ΚΑΙ ΕΥΤΥΧΙΣΜΕΝΟΣ Ο ΝΕΟΣ ΧΡΟΝΟΣ