

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΕΠΑΛ**  
**19-02-2017**

**(ενδεικτικές λύσεις)**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Απόδειξη σχολικό βιβλίο / σελ. 28

**A2.** Ορισμός σχολικό βιβλίο / σελ. 16

**A3.** α)  $\rightarrow \Lambda$  β)  $\rightarrow \Sigma$  γ)  $\rightarrow \Lambda$  δ)  $\rightarrow \Lambda$  ε)  $\rightarrow \Lambda$

**ΘΕΜΑ Β**

**B1.**

**α)**  $f(x) = \sqrt{\frac{4(x-2)}{(x^2+5)(x+6)}}$

Πρέπει

$$\frac{4(x-2)}{(x^2+5)(x+6)} \geq 0 \Leftrightarrow \text{και} \quad (x^2+5)(x+6) \neq 0 \Leftrightarrow$$

$$4(x-2)(x^2+5)(x+6) \geq 0 \quad x+6 \neq 0 \Leftrightarrow$$

$$(x-2)(x+6) \geq 0 \Leftrightarrow \quad x \neq -6$$

$$x \in (-\infty, -6] \cup [2, +\infty)$$

$$\text{Άρα } A = (-\infty, -6) \cup [2, +\infty)$$

**β)**  $g(x) = \frac{\sqrt{x+3}}{x^2-9}$

Πρέπει

$$x+3 \geq 0 \Leftrightarrow \text{και} \quad x^2-9 \neq 0 \Leftrightarrow$$

$$x \geq -3 \quad x^2 \neq 9 \Leftrightarrow$$

$$x \neq \pm 3$$

$$\text{Άρα } A = (-3, 3) \cup (3, +\infty)$$

**B2)**

**α)**

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x \cancel{(x-3)}}{\cancel{x-3}} = \lim_{x \rightarrow 3} x = 3$$

**β)**

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2(x-2) - (x-2)}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cancel{(x-2)}(x^2-2)}{\cancel{(x-2)}(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-2}{x+2} = 0$$

**γ)**

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x^2 - 5x + 4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{(x-4)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\cancel{\sqrt{x}-2}}{(\cancel{\sqrt{x}-2})(\sqrt{x}+2)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{1}{(\sqrt{x}+2)(x-1)} = \frac{1}{12}$$

### ΘΕΜΑ Γ

**Γ1**

**α)** Για κάθε  $x_1, x_2 \in A = (0, +\infty)$  με  $x_1 < x_2$  έχουμε:

$$\left. \begin{array}{l} x_1 < x_2 \Rightarrow x_1^2 < x_2^2 \\ x_1 < x_2 \Rightarrow \sqrt{x_1} < \sqrt{x_2} \Rightarrow \sqrt{x_1} + 1 < \sqrt{x_2} + 1 \end{array} \right\} \Rightarrow^{(+)} f(x_1) < f(x_2)$$

Άρα, η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $A = (0, +\infty)$ .

**β)**  $f'(x) = (x^2 + \sqrt{x} + 1)' = 2x + \frac{1}{2\sqrt{x}}, \quad x > 0$

**γ)** Για  $x=0$  έχουμε:

$$f(0) = 0^2 + \sqrt{0} + 1 = 1$$

Άρα  $A(0,1)$

**δ)** Η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της  $f$  στο σημείο της με τεταγμένη 1 είναι:

$$\varepsilon: y = \lambda x + \beta$$

όπου  $\lambda = f'(1) = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$  και

$B(1, f(1))$  ή  $B(1,3)$  το σημείο επαφής

Άρα προκύπτει  $\varepsilon: y = \frac{5}{2}x + \beta$

$$\text{Το } B(1,3) \in \varepsilon \Leftrightarrow \varepsilon: y_B = \frac{5}{2}x_B + \beta \Leftrightarrow$$

$$3 = \frac{5}{2} + \beta \Leftrightarrow$$

$$\beta = \frac{1}{2}$$

Οπότε  $\varepsilon: y = \frac{5}{2}x + \frac{1}{2}$

## Γ2.

**α)** Έχουμε 5 παρατηρήσεις (περιττό πλήθος), άρα η διάμεσος  $\delta$  είναι η μεσαία παρατήρηση  $x_3 = 7$

$$\text{Επίσης } \bar{x} = 8 \Leftrightarrow \frac{\sum_{i=1}^5 x_i}{5} = 8 \Leftrightarrow \frac{3+5+7+x_4+17}{5} = 8 \Leftrightarrow 32+x_4 = 40 \Leftrightarrow x_4 = 8$$

Άρα, οι παρατηρήσεις είναι:

3, 5, 7, 8, 17

**β)** Οι νέες παρατηρήσεις είναι:

1, 3, 5, 7, 8, 19

$$\bar{x}' = \frac{\sum_{i=1}^6 x_i}{6} = \frac{1+3+5+7+8+19}{6} = \frac{43}{6}$$

Έχουμε 6 παρατηρήσεις (άρτιο πλήθος), άρα η διάμεσος  $\delta'$  είναι το ημιάθροισμα των μεσαίων παρατηρήσεων

$$\delta' = \frac{x_3 + x_4}{2} = \frac{5+7}{2} = 6$$

**ΘΕΜΑ Δ**

**Δ1.**

**α)**  $f'(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + \alpha x + \beta\right)' = x^2 - 5x + \alpha, \quad x \in \mathbb{R}$

**β)**

$$f'(0) = \alpha$$

$$f'(1) = -4 + \alpha$$

**γ)**

$$f'(2) = 0 \Leftrightarrow 4 - 10 + \alpha = 0 \Leftrightarrow \alpha = 6$$

$$\text{Το } A(0,1) \in C_f \Leftrightarrow f(0) = 1 \Leftrightarrow \beta = 1$$

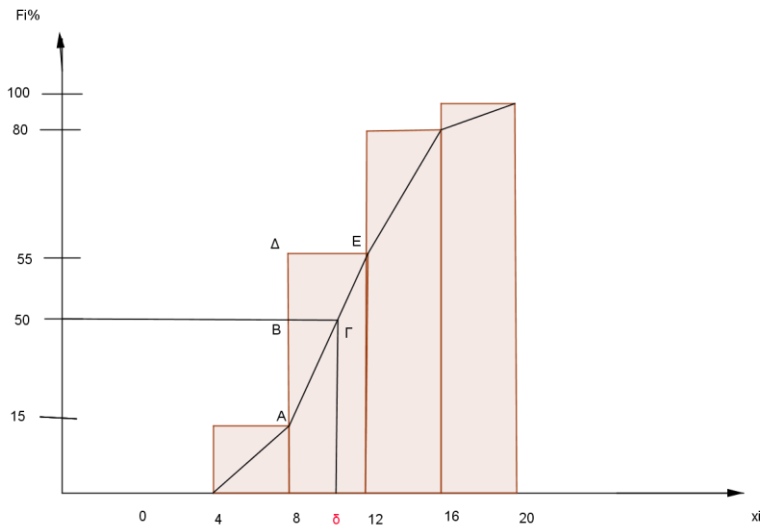
**Δ1.**

**α)**

κλάσεις	$x_i$	$v_i$	$f_i \%$	$N_i$	$F_i \%$
$[0,2)$	1	3	15	3	15
$[2,4)$	3	8	40	11	55
$[4,6)$	5	5	25	16	80
$[6,8)$	7	4	20	20	100
Σύνολο	-	20	100	-	-

**β)**  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 x_i v_i}{v} = \frac{80}{20} = 4$

γ)



Είναι

$$\begin{aligned}
 \triangle AB\Gamma &\approx \triangle A\Delta E \text{ επειδή} \\
 \hat{A} &= \hat{A} \text{ (κοινή)} \\
 \hat{B} &= \hat{\Delta} = 90^\circ
 \end{aligned}$$

Άρα

$$\begin{aligned}
 \frac{AB}{B\Gamma} &= \frac{A\Delta}{\Delta E} \Leftrightarrow \\
 \frac{50-15}{\delta-2} &= \frac{55-15}{4-2} \Leftrightarrow \\
 \frac{35}{\delta-2} &= \frac{40}{2} \Leftrightarrow \\
 40(\delta-2) &= 70 \Leftrightarrow \\
 40\delta-80 &= 70 \Leftrightarrow \\
 40\delta &= 150 \Leftrightarrow \\
 \delta &= \frac{150}{40} \Leftrightarrow \\
 \delta &= 3,75
 \end{aligned}$$

$$\delta) s^2 = \frac{\sum_{i=1}^4 (x_i - \bar{x})^2 \cdot v_i}{v} = \frac{76}{20} = 3,8$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{3,8} = 1,95$$

$$\epsilon) CV = \frac{s}{|\bar{x}|} \cdot 100\% = \frac{1,95}{4} \cdot 100\% = 49\%$$