ΚΕΝΤΡΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΤΣΙΜΙΣΚΗ & ΚΑΡΟΛΟΥ ΝΤΗΛ ΓΩΝΙΑ ΤΗΛ : 270727 – 222594
ΑΡΤΑΚΗΣ 12 – Κ. ΤΟΥΜΠΑ ΤΗΛ : 919113 – 949422
www.syghrono.gr

ΕΠΩΝΥΜΟ: . . . .

ΟΝΟΜΑ: . . . .

ΤΜΗΜΑ: . . . .

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: . . . .

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

19-02-2017

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $x-\rho$ είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για $x=\rho$, είναι δηλαδή $\upsilon = P(\rho)$.

Μονάδες 10

Α2. Να διατυπώσετε το θεώρημα της διαίρεσης (ταυτότητα της διαίρεσης) για τα πολυώνυμα.

Μονάδες 5

Α3. Να χαρακτηρίσετε σωστή **Σ** ή λανθασμένη **Λ** καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις:

α) Το πηλίκο της διαίρεσης έχει σε κάθε περίπτωση βαθμό μικρότερο από το βαθμό του διαιρετέου.

β) Έστω δύο πολυώνυμα $P(x)$ και $Q(x)$ με βαθμό $2^{ου}$ και $3^{ου}$ αντίστοιχα. Τότε το πολυώνυμο $P(x)+Q(x)$ είναι σε κάθε περίπτωση $3^{ου}$ βαθμού.

γ) Η συνάρτηση $f(x)=3+2\eta\mu x$ έχει ελάχιστη τιμή -5 και μέγιστη 5.

δ) Αν δύο πολυώνυμα είναι ίσα, τότε έχουν ίσους βαθμούς.

ε) Η εξίσωση $\frac{1}{2}\sigma\upsilon\nu x=1$ είναι αδύνατη.

Μονάδες 2x5=10

ΘΕΜΑ Β

Β1. Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\eta\mu\left(\pi-3x\right)+\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2}-3x\right),\quad x\in\mathbb{R}$.

α) Να δείξετε ότι $f(x)=2\eta\mu 3x$.

β) Να βρείτε την περίοδο, τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης f.

Μονάδες 7+8

Β2. Να αποδείξετε ότι: $\frac{\eta\mu x}{1-\sigma\upsilon\nu x}+\frac{\eta\mu x}{1+\sigma\upsilon\nu x}=\frac{2}{\eta\mu x}$, όπου $x\neq\kappa\pi,\quad \kappa\in\mathbb{Z}$.

Μονάδες 5

Β3. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $2\sigma\upsilon\nu^2 x+\eta\mu^2 x=2\sigma\upsilon\nu x$

β) $2\eta\mu x\sigma\upsilon\nu x=\sqrt{2}\eta\mu x$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Δίνεται το πολυώνυμο $P\left(x\right)=\frac{\left(\lambda-1\right)\left(\lambda-5\right)}{-3}x^3+\left(\lambda-5\right)x^2+\lambda x+\left(\lambda-2\right)$. Να βρεθεί ο βαθμός του πολυωνύμου για τις διάφορες τιμές του λ, όπου $\lambda\in\mathbb{R}$.

Μονάδες 14

Γ2. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=\alpha x^3+(\beta-1)x^2-3x-2\beta+6$, όπου $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$. Αν ο αριθμός 1 είναι ρίζα του πολυωνύμου P(x) και το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το $x+1$ είναι ίσο με το 2, τότε:

α) Να δείξετε ότι $\alpha=2$ και $\beta=4$.

β) Αν δίνεται το πολυώνυμο:

$$Q(x)=\left(\lambda^2-2\right)x^3+\left(\lambda^2-3\lambda+5\right)x^2-\left(4\lambda+\mu\right)\cdot x+\mu+3$$

να βρείτε τις τιμές των $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ για τους οποίους τα πολυώνυμα $P(x)$ και $Q(x)$ είναι ίσα.

Μονάδες 5+6

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Αν το πολυώνυμο $P(x) = 8x^3 \cdot εφα - 15x^2 \cdot εφβ + 4x - 1$ έχει παράγοντες τους $x-1$ και $x - \frac{1}{2}$,

α) Να δείξετε ότι $εφα = \frac{1}{4}$ και $εφβ = \frac{1}{3}$

β) Να υπολογίσετε την $εφ(2α - β)$.

Μονάδες 6+4

Δ2. Έστω ένα πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 - αx + β$. Αν το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x^2 - 4$ είναι $3x - 2$,

α) Να δείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x-2$ είναι 4 και ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x+2$ είναι -8.

β) Να δείξετε ότι $α = 5$ και $β = -2$.

γ) Να βρείτε το πηλίκο της διαίρεσης.

Μονάδες 3*5=15

ΔΙΑΡΚΕΙΑ 3 ΩΡΕΣ

ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ