

ΕΠΩΝΥΜΟ:

ΟΝΟΜΑ:

ΤΜΗΜΑ:

Διαγώνισμα Άλγεβρας Α' Λυκείου

4 / 12 / 2016

ΘΕΜΑ Α

A1. Αν $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ να αποδείξετε ότι $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$

Μονάδες 10

A2.

α) Να δοθεί ο ορισμός της απόλυτης τιμής ενός πραγματικού αριθμού α

β) Να γραφεί η ταυτότητα Διαφορά Κύβων

Μονάδες 3+2

A3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό ή Λάθος

α) Κάθε πραγματικός αριθμός α έχει αντίστροφο τον $\frac{1}{\alpha}$

β) Ισχύει ότι $\alpha^2 + \beta^2 = 0 \Leftrightarrow \{\alpha = 0 \text{ ή } \beta = 0\}$

γ) Αντίθετοι λέγονται οι αριθμοί που έχουν άθροισμα μηδέν

δ) Για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και $\theta \geq 0$ ισχύει ότι $|x| > \theta \Leftrightarrow -\theta < x < \theta$

ε) Ισχύει ότι $(\alpha - \beta)^2 = (\beta - \alpha)^2$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

B1. Δίνεται η παράσταση $\Pi = x^3 - (3x + 2) \cdot (3x - 2) - x \cdot (4 - x)^2$

α) Να κάνετε τις πράξεις και να αποδείξετε ότι $\Pi = 4 - 16x - x^2$

β) Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης Π για $x = [(-3)^2 \cdot 4^3 + 2]^0 + 2^2$

γ) Να απλοποιηθεί το κλάσμα $\frac{\Pi - 4 + 14x}{x^2 - 4}$

Μονάδες 5+3+5

B2.

α) να αποδείξετε ότι $(\alpha + \beta)^2 \geq 4\alpha\beta$

β) να αποδείξετε ότι $\frac{2x}{x^2 + 1} \in [-1, 1]$ για κάθε πραγματικό αριθμό x

Μονάδες 6+6

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Δίνεται η παράσταση: $A = |3x - 6| + 2$, όπου ο x είναι πραγματικός αριθμός. Να αποδείξετε ότι:

α) Για κάθε $x \geq 2$, $A = 3x - 4$

β) Για κάθε $x < 2$, $A = 8 - 3x$

Μονάδες 5+5

Γ2. Αν $x \geq \frac{2}{3}$ να αποδείξετε ότι $\frac{9x^2 - 1}{|3x - 2| + 3} = 3x - 1$

Μονάδες 8

Γ3. Αν $-1 < \beta < 1$ να γραφεί η παράσταση $\Pi = |2 - |\beta - 1||$ χωρίς απόλυτο

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Για τους αριθμούς $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ισχύει ότι

- $|a - 2| < 1$
- $d(\beta, 3) \leq 2$

α) Να αποδειχτεί ότι $1 < a < 3$

β) Να αποδειχτεί ότι $1 \leq \beta \leq 5$

γ) Να βρεθεί μεταξύ ποιών αριθμών βρίσκεται η παράσταση $2a + 3\beta$.

δ) Να βρεθεί μεταξύ ποιών αριθμών βρίσκεται η παράσταση $\frac{a}{\beta}$.

ε) Ο καθηγητής των μαθηματικών ρώτησε τον μαθητή του Αριστείδη πότε γεννήθηκε, και ο Αριστείδης απάντησε: Κύριε μου άρεσε πάρα πολύ η άσκηση και για να σας το αποδείξω λέω πώς γεννήθηκα το έτος $\frac{|a-1|+|a-3|+3996}{2}$. Ποια χρονιά γεννήθηκε ο Αριστείδης ;

Μονάδες 4+4+6+7+4

Σας ευχόμαστε επιτυχία !!!!

(ένα καλό γραπτό σηρίζεται στο ότι οι λύσεις θα πρέπει να είναι άρτια γραμμένες και να έχουν τις κατάλληλες επεξηγήσεις όπου είναι αναγκαίο, ώστε να μην δημιουργούν αμφιβολίες)