



ΚΕΝΤΡΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΤΣΙΜΙΣΚΗ & ΚΑΡΟΛΟΥ ΝΤΗΛ ΓΩΝΙΑ ΤΗΛ : 270727 – 222594
ΑΡΤΑΚΗΣ 12 – Κ. ΤΟΥΜΠΑ ΤΗΛ : 919113 – 949422
www.syghrono.gr

ΕΠΩΝΥΜΟ:

ΟΝΟΜΑ:

ΤΜΗΜΑ:

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

04-12-2016

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να αποδείξετε ότι για κάθε γωνία ω ισχύει ότι:

$$\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$$

Μονάδες 10

Α2. α) Πότε μια συνάρτηση λέμε ότι παρουσιάζει **ολικό μέγιστο** στο $x_0 \in A$;

β) Πότε μια συνάρτηση f λέγεται περιοδική με περίοδο $T > 0$;

Μονάδες 5

Α3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστό(Σ) ή Λάθος(Λ).

α) Αν για τη συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ισχύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$,

$$f(-x) - f(x) = 0, \text{ τότε η } f \text{ είναι άρτια.}$$

β) Οι αντίθετες γωνίες έχουν το ίδιο συνημίτονο.

γ) Αν $\eta\mu x \neq 0$ και $\sigma\upsilon\nu x \neq 0$ τότε ισχύει ότι $\epsilon\phi x = \frac{1}{\sigma\phi x}$.

δ) Η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu x$ είναι άρτια.

ε) Η συνάρτηση $f(x) = 3\eta\mu 2x$ έχει περίοδο ίση με $T = \frac{2\pi}{3}$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

B1. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα:

$$\alpha) \begin{cases} x^2 - 2xy = 4 - y^2 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

$$\beta) \begin{cases} y = x^2 + 1 \\ x - y = -1 \end{cases},$$

και να ερμηνευτούν γεωμετρικά οι λύσεις του συστήματος που βρήκατε στο ερώτημα ii).

Μονάδες 7

B2.

α) Δίνεται η παράσταση:

$$A = \frac{\eta\mu(-x) \cdot \epsilon\varphi(5\pi + x) \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \cdot \sigma\varphi(2\pi - x)}{\sigma\upsilon\nu(3\pi - x) \cdot \epsilon\varphi\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) \cdot \eta\mu\left(\frac{15\pi}{2} - x\right)}$$

Να αποδείξετε ότι: $A = \epsilon\varphi^3 x$

β) Να αποδείξετε ότι: $\frac{\sigma\upsilon\nu\theta}{1 + \eta\mu\theta} + \frac{1 + \eta\mu\theta}{\sigma\upsilon\nu\theta} = \frac{2}{\sigma\upsilon\nu\theta}$

γ) Αν $\sigma\upsilon\nu\alpha = -\frac{5}{12}$, με $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ να υπολογίσετε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς.

Μονάδες 5+7+6

ΘΕΜΑ Γ

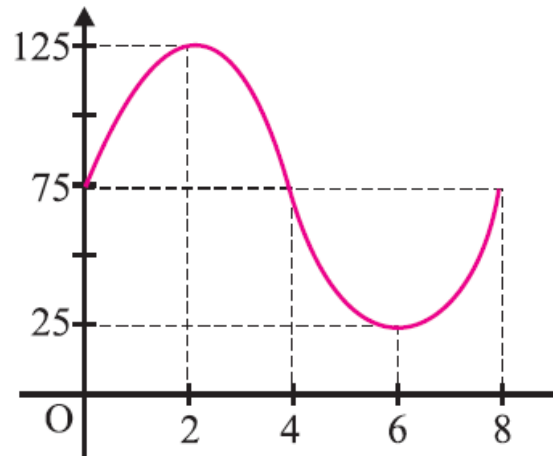
Γ1. Δίνεται μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το \mathbb{R} , η οποία είναι γνησίως μονότονη και η γραφική παράσταση της οποίας διέρχεται από τα σημεία $A(5,2)$ και $B(4,9)$.

α) Να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως φθίνουσα.

β) Να λύσετε την ανίσωση $f(5 - 3x) < 2$.

Μονάδες 3+4

Γ2. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση μίας περιοδικής συνάρτησης $f(x)$ στο διάστημα μίας περιόδου της οποίας η συνάρτηση δίνεται από τον τύπο: $f(x) = A + \rho \cdot \eta\mu(\omega x)$, όπου $A > 0, \rho > 0, \omega > 0$.



- α) Ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης $f(x)$;
 β) Να αποδείξετε ότι $A = 75$ και $\rho = 25$;
 γ) Πόση είναι η περίοδος της συνάρτησης $f(x)$;
 δ) Να αποδείξετε ότι $\omega = \frac{\pi}{4}$;
 ε) Να γράψετε τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα.
 στ) Να υπολογίσετε την τιμή της συνάρτησης $f(x)$ για $x = \frac{4}{6}$.

Μονάδες $3 \cdot 6 = 18$

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \sqrt{9-x} - x$.

- Δ1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .
 Δ2. Να βρείτε το σημείο τομής της C_f με τον άξονα $y'y$.
 Δ3. Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία.
 Δ4. Να δείξετε ότι η συνάρτηση $f(x)$ έχει ελάχιστη τιμή ίση με -9 .
 Δ5. Να λύσετε την ανίσωση: $\sqrt{9-x} < x + 3$

Μονάδες $4+5+6+5+5$

ΔΙΑΡΚΕΙΑ 3 ΩΡΕΣ

ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ