

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ
ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ**

04-12-2016

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να αποδείξετε ότι:

$$(x^2)' = 2x$$

Μονάδες 10

Α2. Έστω f μία συνάρτηση με πεδίο ορισμού το A . Πότε λέμε ότι η συνάρτηση f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_0 \in A$;

Μονάδες 5

Α3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστό(Σ) ή Λάθος(Λ).

α) Για το γινόμενο δύο παραγωγίσιμων συναρτήσεων f, g ισχύει ότι

$$(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) - f(x)g'(x)$$

β) Για τη συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{x}$, $x \neq 0$ ισχύει ότι $f'(x) = \frac{1}{x^2}$.

γ) Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A λέγεται συνεχής, αν για κάθε $x_0 \in A$ ισχύει

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0).$$

δ) Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο x_0 του πεδίου ορισμού της και υπάρχει το παρακάτω όριο και είναι πραγματικός αριθμός τότε ισχύει ότι:

$$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

ε) Ο ρυθμός μεταβολής της $f(x)$ ως προς x όταν $x = x_0$ είναι ίσος με $f'(x_0)$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

B1. Να βρεθούν τα πεδία ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων:

α) $f(x) = \sqrt{\frac{3(x-1)}{(x^2+1)(x-3)}}$

β) $g(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{x^2-4}$

Μονάδες 10

B2. Να υπολογιστούν τα όρια:

α) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + x}{x + 1}$

β) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + 9x - 9}{x - 1}$

γ) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+2} - 1}{x + 1}$

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = ax^2 + (a^2 + 6)x$, $x \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε την $f'(1)$ με τον ορισμό της παραγώγου.

β) Να προσδιορίσετε το $a \in \mathbb{R}$ ώστε ο ρυθμός μεταβολής της f ως προς x όταν $x=1$ να είναι ίσος με 5.

Μονάδες 10

Γ2. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(4 - x^2)$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

β) Να υπολογίσετε την πρώτη παράγωγο f' .

γ) Να υπολογίσετε το όριο:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{\sqrt{x+4} - 2}$$

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{2x^2 - 2}{(x-1)(x^2 + 1)}$.

Δ1) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της f .

Δ2) Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.

Δ3) Αν $g(x) = \begin{cases} f(x), & x \neq 1 \\ 3a + 5, & x = 1 \end{cases}$, να υπολογίσετε την τιμή του a για να είναι η συνάρτηση g συνεχής.

Δ4) Να υπολογίσετε την τιμή της πρώτης παραγώγου της συνάρτησης $g(x)$ για $x = 1$.

Μονάδες 5+6+8+6

ΔΙΑΡΚΕΙΑ 3 ΩΡΕΣ

ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ