

Επώνυμο: \_\_\_\_\_

Όνομα: \_\_\_\_\_

Τμήμα: \_\_\_\_\_

Ημερομηνία: \_\_\_\_\_

A Βαθ.	B Βαθ.	M.O.

## ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

05-01-2017

### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Αν  $A(x_1, y_1)$  και  $B(x_2, y_2)$  είναι δύο σημεία του επιπέδου, να αποδείξετε ότι για τις συντεταγμένες του μέσου  $M(x, y)$  του ευθυγράμμου τμήματος  $AB$  ισχύει:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} \text{ και } y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

**Μονάδες 10**

**A2.** Τι ονομάζεται εσωτερικό γινόμενο δύο μη μηδενικών διανυσμάτων  $\vec{a}$  και  $\vec{\beta}$ ;

**Μονάδες 5**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστό ή Λάθος

**α)** Το διάνυσμα  $\vec{a} = (0, 3)$  είναι παράλληλο στον άξονα  $x'x$

**β)** Αν  $\vec{a} \cdot \vec{\beta} < 0$  τότε η γωνία  $\left( \vec{a}, \vec{\beta} \right)$  είναι αμβλεία

**γ)** Για τα σημεία  $A(x_1, y_1)$  και  $B(x_2, y_2)$  ισχύει ότι  $\overrightarrow{BA} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$

**δ)** Αν ισχύει  $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = 0$  τότε  $\vec{a} = \vec{0}$  ή  $\vec{\beta} = \vec{0}$

**ε)** Τα σημεία  $A, B, \Gamma$  είναι κορυφές τριγώνου, αν και μόνο αν,  $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A\Gamma}) \neq 0$

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β****B1.**

Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{a} = (1, 2)$  και  $\vec{\beta} = (2, 3)$

**α)** Να βρείτε τις συντεταγμένες και το μέτρο του διανύσματος  $\vec{\gamma} = 5\vec{a} - 3\vec{\beta}$

**β)** Να βρείτε την γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα  $\vec{\gamma}$  με το μοναδιαίο διάνυσμα  $\vec{i}$

**γ)** Να βρείτε τον αριθμό  $\lambda \in \mathbb{R}$  ώστε το διάνυσμα  $\vec{\delta} = (\lambda^2 - \lambda, \lambda)$  να είναι κάθετο στο  $\vec{a}$

**Μονάδες 5+5+5**

**B2.**

Σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων Oxy δίνονται τα σημεία A(2,3) και B(3,-2)

**α)** Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο OAB είναι ορθογώνιο και ισοσκελές

**β)** Να βρείτε σημείο M του άξονα x'x ώστε τα σημεία A, B και M να είναι συνευθειακά

**Μονάδες 5+5**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{a}$  και  $\vec{\beta}$  για τα οποία ισχύουν οι σχέσεις:

$$|\vec{a}| = 2$$

$$\left(\vec{a}, \vec{\beta}\right) = \frac{2\pi}{3}$$

$$(3\vec{a} - \vec{\beta}) \perp (6\vec{a} + 5\vec{\beta})$$

**Γ1.** Να αποδείξετε ότι  $|\vec{\beta}| = 3$

**Γ2.** Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος  $3\vec{a} + 2\vec{\beta}$

**Γ3.** Να βρείτε την γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα  $\vec{a}$  με το διάνυσμα  $3\vec{a} + 2\vec{\beta}$

**Μονάδες 8+8+9**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνονται ένα μοναδιαίο διάνυσμα  $\vec{a}$  και ένα διάνυσμα  $\vec{\beta}$ . Αν ισχύουν οι σχέσεις

$$\vec{a} \cdot (\vec{a} - 2\vec{\beta}) = 5$$

$$\vec{\beta} \cdot (3\vec{a} + \vec{\beta}) = 10, \text{ τότε:}$$

**Δ1.** Να αποδείξετε ότι  $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = -2$  και  $|\vec{\beta}| = 4$

**Δ2.** Να αποδείξετε ότι  $\left(\hat{\vec{\alpha}}, \vec{\beta}\right) = 120^\circ$

**Δ3.** Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο  $(3\vec{\alpha} + \vec{\beta}) \cdot (\vec{\alpha} - 2\vec{\beta})$

**Δ4.** Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς  $x$  για τους οποίους ισχύει  $|\vec{x} \cdot \vec{\alpha} + 2\vec{\beta}| = 7$

**Μονάδες 6+6+6+7**

**ΔΙΑΡΚΕΙΑ 3 ΩΡΕΣ**  
**ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**  
**ΚΑΙ ΧΡΟΝΙΑ ΠΟΛΛΑ!**