

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Γ' ΕΠΑΛ 06-11-2016

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ Α

A1. Απόδειξη σχολικό βιβλίο / σελ 65
Απόδειξη σχολικό βιβλίο / σελ 65

A2. Απόδειξη σχολικό βιβλίο / σελ 11

A3. Λ-Σ-Λ-Σ

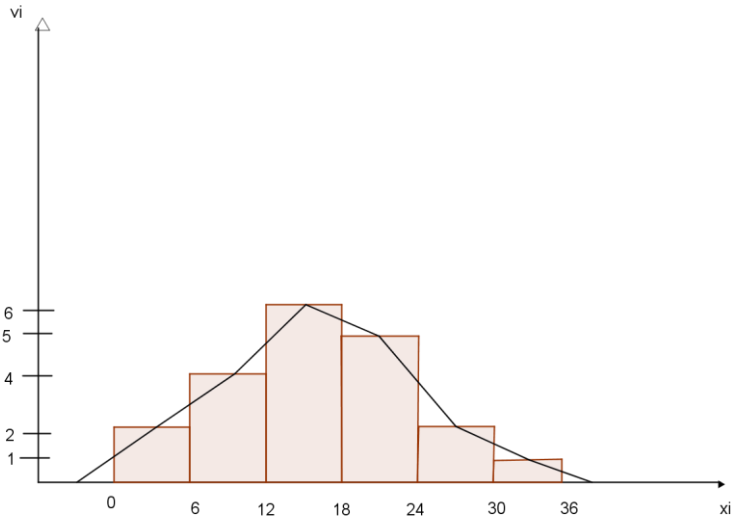
A4. Απόδειξη σχολικό βιβλίο / σελ 65

ΘΕΜΑ Β

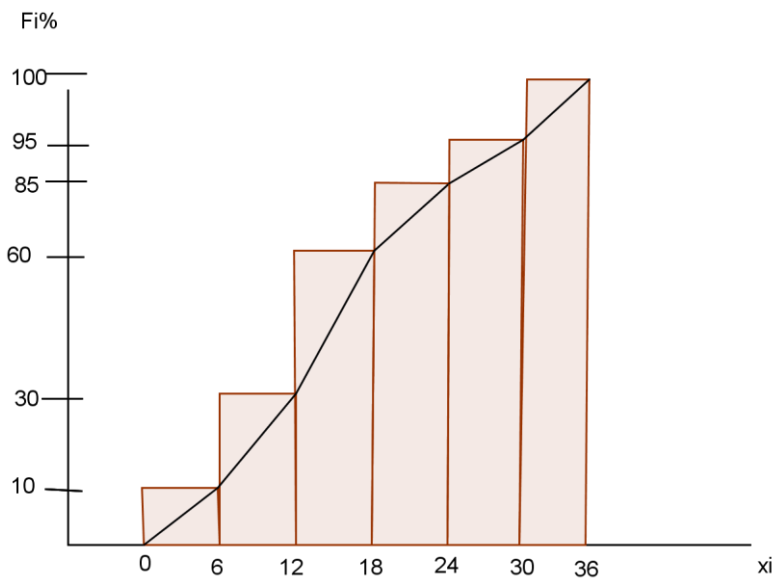
B1.

Ηλικίες	x_i	v_i	N_i	$f_i\%$	$F_i\%$
[0,6)	3	2	2	10	10
[6,12)	9	4	6	20	30
[12,18)	15	6	12	30	60
[18,24)	21	5	17	25	85
[24,30)	27	2	19	10	95
[30,36)	33	1	20	5	100
Σύνολο	-	20	-	100	-

B2. Το ιστόγραμμα και το πολύγωνο των συχνοτήτων



B3. Το ιστόγραμμα και το πολύγωνο των αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων



B4. Ο αριθμός των παρατηρήσεων που είναι τουλάχιστον 12 είναι 14 και το ποσοστό τους 70% .

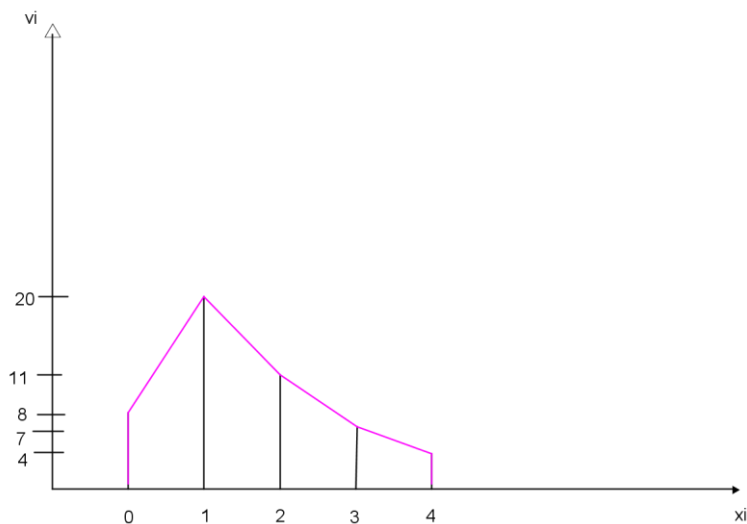
B5. Ο αριθμός των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες του 24 είναι 17 και το ποσοστό τους 85% .

ΘΕΜΑ Γ

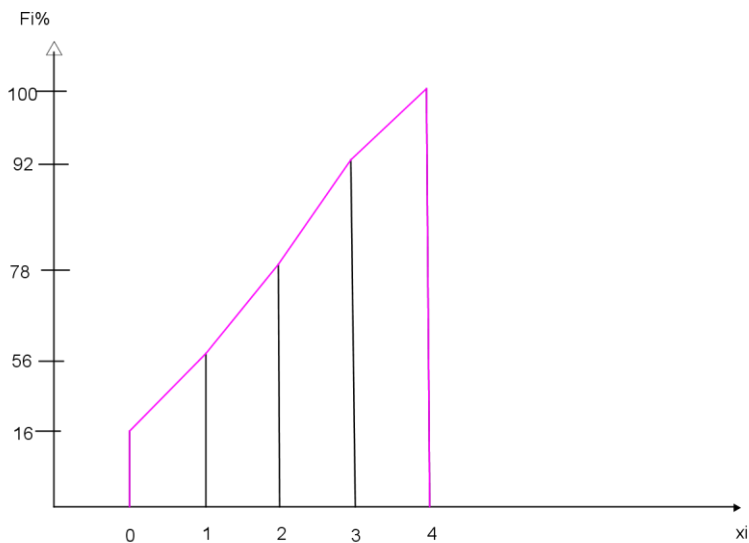
Γ1.

Αριθμός πιστ. Καρτών x_i	n_i	f_i	N_i	F_i	α_i
0	8	0,16	8	0,16	58^0
1	20	0,40	28	0,56	144^0
2	11	0,22	39	0,78	79^0
3	7	0,14	46	0,92	50^0
4	4	0,08	50	1	29^0
Σύνολο	50	1	-	-	360^0

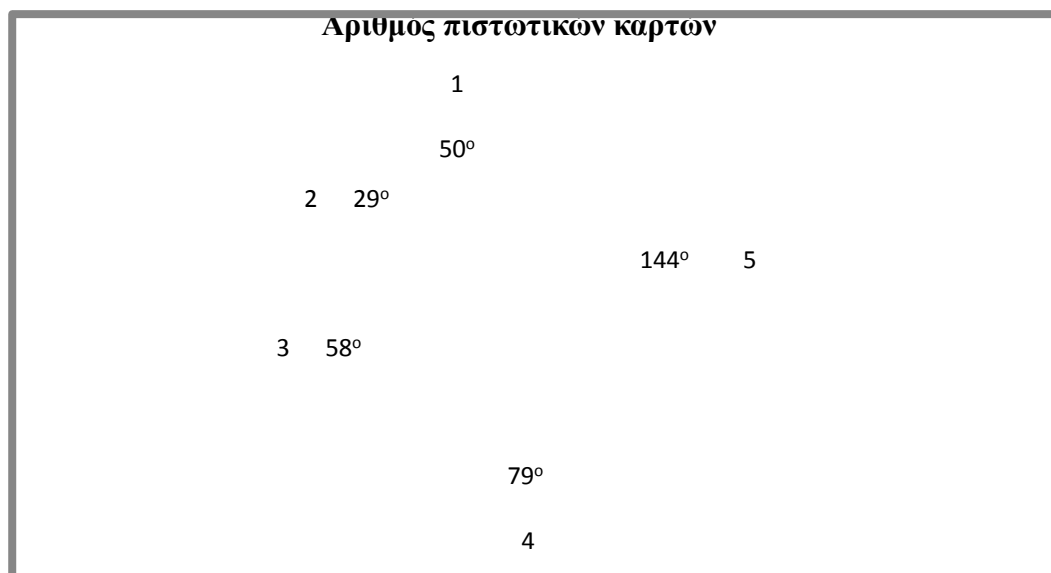
Γ2. Το διάγραμμα και το πολύγωνο των συχνοτήτων



Γ3. Το διάγραμμα και το πολύγωνο των αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων



Γ4. Το κυκλικό διάγραμμα



Γ5. Περισσότερες από δύο κάρτες έχουν $7 + 4 = 11$ κάτοικοι

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. α) Η συνάρτηση $f(x) = \frac{4x-9}{x^2-5x+6}$ ορίζεται όταν:

$$x^2 - 5x + 6 \neq 0 \Leftrightarrow (x-2)(x-3) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2 \text{ και } x \neq 3$$

Άρα το πεδίο ορισμού της f είναι το σύνολο: $A_f = \mathbb{R} - \{2, 3\}$

β) Η συνάρτηση $g(x) = \ln(x^2 - 1)$ ορίζεται όταν:

$$x^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+1) > 0 \Leftrightarrow x < -1 \text{ ή } x > 1$$

Άρα το πεδίο ορισμού της g είναι το σύνολο: $A_g = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

γ) Η συνάρτηση $h(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$ ορίζεται όταν:

$$x^2 - 3x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-2) \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 1 \text{ ή } x \geq 2$$

Άρα το πεδίο ορισμού της h είναι το σύνολο: $A_h = (-\infty, 1] \cup [2, +\infty)$

Δ2. $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{\sqrt{9 - x^2}}$

α) Πρέπει $9 - x^2 > 0 \Leftrightarrow (3-x)(3+x) > 0 \Leftrightarrow -3 < x < 3$

Άρα το πεδίο ορισμού της f είναι το σύνολο: $A = (-3, 3)$

β) i) Για $x \in A$ έχουμε:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 + 2x - 3}{\sqrt{9 - x^2}} = 0 \Leftrightarrow$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow$$

$$x = -3 \text{ ή } x = 1$$

Και επειδή $x \in A = (-3, 3)$ προκύπτει ότι $x = 1$.

Άρα η γραφική παράσταση της f έχει ακριβώς ένα κοινό σημείο με τον άξονα $x'x$, το σημείο $A(1, 0)$.

ii) Για $x = 0$ έχουμε:

$$f(0) = \frac{0^2 + 2 \cdot 0 - 3}{\sqrt{9 - 2 \cdot 0}} = \frac{-3}{3} = -1$$

Άρα, το κοινό σημείο της γραφικής παράστασης της f με τον άξονα $y'y$ είναι το σημείο $B(0, -1)$.

Δ3. $f(x) = x^3 + 5x - 1, \quad x \in \mathbb{R}$

α) Για κάθε $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ με $x_1 < x_2$ έχουμε:

$$\left. \begin{array}{l} x_1 < x_2 \Rightarrow x_1^3 < x_2^3 \\ x_1 < x_2 \Rightarrow 5x_1 < 5x_2 \Rightarrow 5x_1 - 1 < 5x_2 - 1 \end{array} \right\} \Rightarrow x_1^3 + 5x_1 - 1 < x_2^3 + 5x_2 - 1 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

Άρα, η f είναι γνησίως αύξουσα.

β) Για $x \in \mathbb{R}$ έχουμε:

$$\begin{aligned} f(x) < -1 &\Rightarrow \\ x^3 + 5x - 1 < -1 &\Rightarrow \\ x^3 + 5x < 0 &\Rightarrow \\ x(x^2 + 5) < 0 &\Rightarrow \\ x < 0 \end{aligned}$$