ΕΠΩΝΥΜΟ: . . . .
ΟΝΟΜΑ: . . . .
ΤΜΗΜΑ: . . . .
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: . . . .

σύγχρονο
ΚΕΝΤΡΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΤΣΙΜΙΣΚΗ & ΚΑΡΟΛΟΥ ΝΤΗΛ ΓΩΝΙΑ ΤΗΛ : 270727 – 222594
ΑΡΤΑΚΗΣ 12 – Κ. ΤΟΥΜΠΑ ΤΗΛ : 919113 – 949422
www.syghrono.gr

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

06-11-2016

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να αποδείξετε ότι αν μία συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x_0, τότε είναι και συνεχής στο σημείο αυτό.

Μονάδες 10

Α2. Πότε μία συνάρτηση είναι 1-1 ;

Μονάδες 5

Α3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με την ένδειξη **Σωστό (Σ)** ή **Λάθος (Λ)**.

α) Αν ισχύει $f(x) \le f(x_0)$ για κάθε $x \in A_f$, τότε η συνάρτηση f παρουσιάζει μέγιστο στο $x_0 \in A_f$.

β) Αν ισχύει $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) > 0$, τότε για κάθε $x \in A_f$ ισχύει $f(x) > 0$.

γ) Ισχύει $|\eta\mu x| = |x| \Leftrightarrow x = 0$.

δ) Αν μια συνάρτηση f είναι αντιστρέψιμη και f^{-1} η αντίστροφη συνάρτηση, τότε οι συναρτήσεις $f \circ f^{-1}$ και $f^{-1} \circ f$ είναι ίσες.

ε) Αν f είναι μια "1-1" συνάρτηση , της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $M(\alpha, \alpha)$, τότε και η γραφική παράσταση της f^{-1} διέρχεται από το σημείο $M(\alpha, \alpha)$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Β1. Έστω η συνάρτηση $f(x)=\begin{cases} \dfrac{(\alpha+1)\cdot x^2-(2\beta+1)\cdot x+6}{x-3} & , \quad x\neq 3 \\ 7 & , \quad x=3 \end{cases}$

Να βρεθούν οι τιμές των $\alpha,\beta\in R$, ώστε η συνάρτηση f να είναι συνεχής στο A_f

Μονάδες 12

Β2. Έστω η συνάρτηση $f:R\to R$ για την οποία ισχύουν:

- είναι συνεχής στο $x_0=1$
- $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-1}{x^2-1}=2$

Να αποδείξετε ότι:

α) $f(1)=1$

β) Η f είναι παραγωγίσιμη στο $x_0=1$ με $f'(1)=4$

Μονάδες 6+7

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι συναρτήσεις $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ για τις οποίες ισχύουν:

- Η g είναι συνεχής στο $\mathbb{R}$
- $(x-1)\cdot g(x)\geq \eta\mu(x-1)$, για κάθε $x\in\mathbb{R}$
- Η f είναι γνησίως μονότονη στο $\mathbb{R}$
- $e^{f(x)}+f(x)-x=g(1)$, για κάθε $x\in\mathbb{R}$
- $f(\mathbb{R})=\mathbb{R}$

Τότε:

Γ1. Να αποδείξετε ότι $g(1)=1$

Γ2. Να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα

Γ3. Να εξηγήσετε ότι η f είναι αντιστρέψιμη και να ορίσετε την f^{-1}

Γ4. Να βρείτε το σημείο τομής της C_f με τον άξονα $y'y$

Γ5. Να λύσετε την ανίσωση $e^{x^2-2}<3-x^2$

Μονάδες 5+4+6+4+6

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Να μελετηθεί ως προς τη μονοτονία η συνάρτηση $g(x)=\frac{1}{x}-\ln x$

Δ2. Δίνεται η συνάρτηση $f:\mathbb{R}\to(0,+\infty)$ για την οποία ισχύει $\frac{1}{f(x)}-\ln f(x)=x$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της $(g\circ f)$

β) Να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως φθίνουσα

γ) Να αιτιολογήσετε ότι η f είναι αντιστρέψιμη και να αποδείξετε ότι $f^{-1}=g$

δ) Να λυθεί η εξίσωση $f^{-1}\left(x^2-x+1\right)=\frac{1}{2}\cdot\lim\limits_{x\to 0}\frac{\eta\mu 2x+\sigma\upsilon\nu x-1}{x}$

ε) Να λυθεί η ανίσωση $f(x)-\ln\frac{1}{f(x)}<1$

Μονάδες 5+2+5+4+4+5

ΔΙΑΡΚΕΙΑ 3 ΩΡΕΣ

ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ