σύγχρονο
ΚΕΝΤΡΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΤΣΙΜΙΣΚΗ &ΚΑΡΟΛΟΥ ΝΤΗΛ ΓΩΝΙΑ ΤΗΛ: 270727–222594
ΑΡΤΑΚΗΣ 12 - Κ. ΤΟΥΜΠΑ ΤΗΛ: 919113–949422
www.syghrono.gr

ΕΠΩΝΥΜΟ:.....................................

ΟΝΟΜΑ:...

ΤΜΗΜΑ:...

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:...............................

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ 6/ 11/ 2016

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να αποδείξετε ότι σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο:

i) Οι προσκείμενες στη βάση γωνίες είναι ίσες.

ii) Η διχοτόμος της γωνίας της κορυφής είναι διάμεσος και ύψος.

Μονάδες: 5+8

Α2. Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ) καθεμία από τις επόμενες προτάσεις:

1. Οι κατακορυφήν γωνίες είναι ίσες.
2. Η παραπληρωματική μιας οξείας γωνίας είναι αμβλεία γωνία.
3. Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία και μία προσκείμενη σ' αυτές γωνία ίση, τότε είναι ίσα.
4. Στο ισοσκελές τρίγωνο κάθε διάμεσος είναι και ύψος και διχοτόμος.
5. Δύο τρίγωνα που έχουν και τις τρεις γωνίες τους ίσες μία προς μία, είναι ίσα.
6. Αν οι χορδές δύο τόξων ενός κύκλου είναι ίσες, τότε και τα τόξα είναι ίσα.
7. Οι διχοτόμοι δύο εφεξής και παραπληρωματικών γωνιών τέμνονται κάθετα.

Μονάδες: 7

Α3. Να δοθούν οι παρακάτω ορισμοί:

α) Τι ονομάζεται διχοτόμο γωνίας ενός τριγώνου;

β) Πότε δύο γωνίες ονομάζονται εφεξής;

Μονάδες: 5

ΘΕΜΑ Β

Β1. Να υπολογίσετε την γωνία ω σε κάθε μία από τις παρακάτω περιπτώσεις:

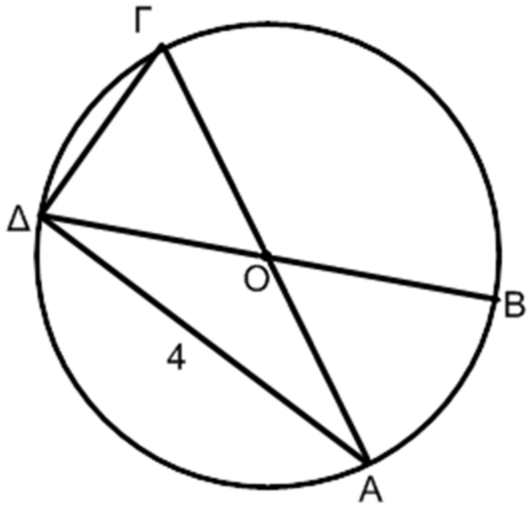
α) Η γωνία ω είναι τετραπλάσια της παραπληρωματικής της.
β) Η γωνία ω είναι κατά 10^o μικρότερη από την συμπληρωματική της.
γ) Η παραπληρωματική της γωνίας ω και η συμπληρωματική της έχουν άθροισμα ίσο με 220^o.

Μονάδες: 3+3+4

Β2. Στον διπλανό κύκλο κέντρου Ο και ακτίνας ρ, γνωρίζουμε ότι η γωνία $A\hat{O}B = 40^o$. Να υπολογίσετε:

α) Την γωνία $\Gamma\hat{O}\Delta$ και την γωνία $\Gamma\hat{O}B$.

β) Το τόξο $\overset{\frown}{\Gamma\Delta}$ και το τόξο $\overset{\frown}{\Delta A}$,
γ) Να βρείτε τις γωνίες του τριγώνου ΑΔΓ.
δ) Αν γνωρίζουμε ότι η ακτίνα του κύκλου έχει μήκος ρ=2,5 και το μήκος της χορδής ΑΔ είναι ΑΔ=4, να υπολογίσετε το μήκος της χορδής ΔΓ.



Μονάδες: 3+3+4+5

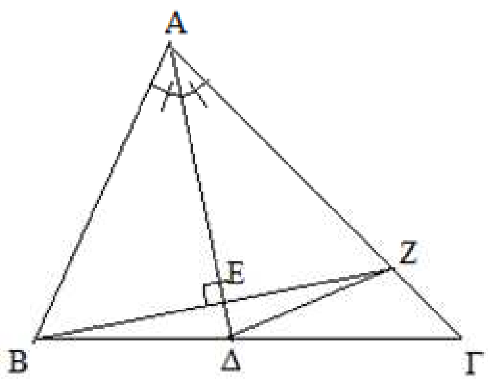
ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ<ΑΓ) και ΑΔ η διχοτόμος του. Από το σημείο Β φέρνουμε την κάθετη στην ΑΔ, που τέμνει την ΑΓ στο Ζ. Να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο ΑΒΖ είναι ισοσκελές.

β) Τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΔΖ είναι ίσα.

γ) Το τρίγωνο ΒΔΖ είναι ισοσκελές.



Μονάδες: 8+9+8

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ. Στις προεκτάσεις των ίσων πλευρών ΒΑ και ΓΑ θεωρούμε ίσα τμήματα ΑΔ και ΑΕ αντίστοιχα. Αν Μ το μέσο της βάσης ΒΓ, να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο ΜΔΕ είναι ισοσκελές.

β) Η ημιευθεία ΜΑ είναι διάμεσος του τριγώνου ΜΔΕ.

γ) Τα τρίγωνα ΕΒΓ και ΔΒΓ είναι ίσα

Μονάδες: 8+8+9

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 3 ΩΡΕΣ

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

6/11/16

ΘΕΜΑ Α

Α1. Θεωρία – Απόδειξη βιβλίου σελ.42

Α2. 1-Σ 2-Σ 3-Λ 4-Λ 5-Λ 6-Σ 7-Σ

Α3. α) β) Θεωρία βιβλίου

ΘΕΜΑ Β

Β1. α) $\widehat{\omega} = 4(180^o - \widehat{\omega}) \Leftrightarrow \widehat{\omega} + 4\widehat{\omega} = 720^o \Leftrightarrow 5\widehat{\omega} = 720^o \Leftrightarrow \widehat{\omega} = \frac{720^o}{5} \Leftrightarrow \widehat{\omega} = 144^o$

β) $\widehat{\omega} = 90^o - \widehat{\omega} - 10^o \Leftrightarrow 2\widehat{\omega} = 80^o \Leftrightarrow \widehat{\omega} = 40^o$

γ) $180^o - \widehat{\omega} + 90^o - \widehat{\omega} = 220^o \Leftrightarrow -2\widehat{\omega} = -50^o \Leftrightarrow \widehat{\omega} = 25^o$

Β2.

α) $\Gamma\hat{O}\Delta = A\hat{O}B = 40^o$, ως κατακορυφήν

Επίσης, οι γωνίες $A\hat{O}B$ και $\Gamma\hat{O}B$ είναι παραπληρωματικές, δηλαδή έχουν άθροισμα μια ευθεία γωνία, επομένως:

$$\Gamma\hat{O}B = 180^o - B\hat{O}A = 180^o - 40^o = 140^o.$$

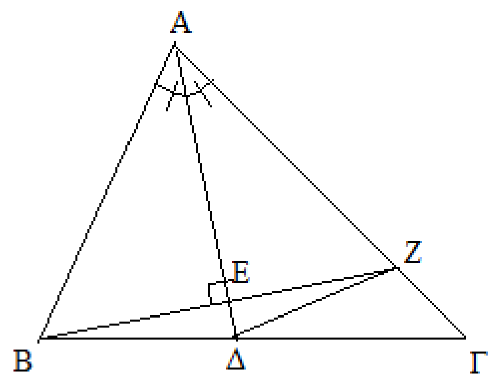
β) Το τόξο ενός κύκλου ισούται με την αντίστοιχη επίκεντρη γωνία, έτσι $\overset{\frown}{\Gamma\Delta} = 40^\circ$.
Ακόμη, στο τόξο $\overset{\frown}{\Delta A}$ αντιστοιχεί η επίκεντρη γωνία $A\hat{O}\Delta = \Gamma\hat{O}B = 140^\circ$, επομένως $\overset{\frown}{\Delta A} = 140^\circ$.

γ) Γνωρίζουμε ότι κάθε εγγεγραμμένη γωνία ισούται με το μισό του μέτρου του αντίστοιχου τόξου της. Θα έχουμε λοιπόν,
στο τρίγωνο ΑΔΓ , η γωνία $A\hat{\Delta}\Gamma = 90^\circ$, ως εγγεγραμμένη που βαίνει σε ημικύκλιο, αφού ΑΓ διάμετρος και $\overset{\frown}{AB\Gamma} = 180^\circ$. Επίσης, $\Gamma\hat{A}\Delta = \dfrac{40^\circ}{2} = 20^\circ$ και $\Delta\hat{\Gamma}A = \dfrac{140^\circ}{2} = 70^\circ$, ως εγγεγραμμένες που βαίνουν στα τόξα $\overset{\frown}{\Gamma\Delta} = 40^\circ$ και $\overset{\frown}{\Delta A} = 140^\circ$, αντίστοιχα.

δ) Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΔΓ εφαρμόζουμε Πυθαγόρειο θεώρημα:
$A\Gamma^2 = \Delta\Gamma^2 + A\Delta^2 \Leftrightarrow 5^2 = \Delta\Gamma^2 + 4^2 \Leftrightarrow \Delta\Gamma^2 = 25 - 16 \Leftrightarrow \Delta\Gamma^2 = 9 \Leftrightarrow \Delta\Gamma = 3$
αφού ΑΓ διάμετρος και συνεπώς ισχύει ότι: ΑΓ=δ=2ρ.

ΘΕΜΑ Γ

α) Στο τρίγωνο ΑΒΖ η ΑΔ είναι διχοτόμος, άρα κι η ΑΕ. Επίσης είναι $BZ \perp A\Delta$ στο σημείο Ε, συνεπώς και $AE \perp BZ$,δηλαδή ΑΕ είναι ύψος. Άρα και διάμεσος του τριγώνου, επομένως, από την ιδιότητα του ισοσκελούς τριγώνου, το τρίγωνο ΑΒΖ είναι ισοσκελές.



β) Συγκρίνω τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΔΖ, αυτά έχουν:

1. ΑΒ=ΑΖ , αφού το ΑΒΖ ισοσκελές από το α) ερωτ.   Π

2. $B\hat{A}\Delta = \Delta\hat{A}Z$, ΑΕ: διχοτόμος   Γ

3. ΑΔ κοινή   Π

Άρα τα δύο τρίγωνα είναι ίσα.

γ) Από την προηγούμενη σύγκριση προκύπτει ότι: ΒΔ=ΔΖ, συνεπώς το τρίγωνο ΒΔΖ είναι ισοσκελές.

ΘΕΜΑ Δ

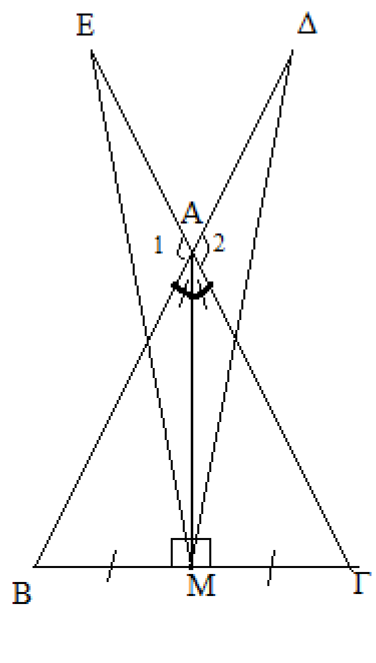
α) Στο ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ η ΑΜ είναι διάμεσος, διχοτόμος και ύψος, από ιδιότητα. Επομένως ισχύει ότι: $B\hat{A}M = M\hat{A}\Gamma$ (1).

Τώρα, συγκρίνω τα τρίγωνα ΜΑΕ και ΜΑΔ, αυτά έχουν:

1. ΑΜ κοινή   Π

2. $M\hat{A}E = M\hat{A}B + \hat{A}_1 = M\hat{A}\Gamma + \hat{A}_2 = M\hat{A}\Delta$, όπου $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$, ως κατακορυφήν   Γ

3. ΑΕ= ΑΔ , από υπόθεση   Π



Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα, επομένως και τα υπόλοιπα αντίστοιχα στοιχεία τους θα είναι ίσα: ΜΕ=ΜΔ, συνεπώς το τρίγωνο ΜΔΕ είναι ισοσκελές.

β) Από την προηγούμενη σύγκριση των τριγώνων ΜΑΕ και ΜΑΔ, προκύπτει ότι και $E\hat{M}A = \Delta\hat{M}A$, άρα στο τρίγωνο ΜΔΕ η ΑΜ είναι διχοτόμος της γωνίας της κορυφής, επομένως θα είναι και διάμεσος και ύψος αφού αποδείξαμε ότι το τρίγωνο ΜΔΕ είναι ισοσκελές.

γ) Συγκρίνω τα τρίγωνα ΕΒΓ και ΔΒΓ, αυτά έχουν:

1. ΒΓ κοινή Π

2. $A\hat{B}\Gamma = A\hat{\Gamma}B$, ως προσκείμενες στη βάση γωνίες του ισοσκελούς ΑΒΓ Γ

3. $\Gamma E = \Gamma A + AE = BA + A\Delta = B\Delta$ Π

Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα.