



ΚΕΝΤΡΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΤΣΙΜΙΣΚΗ & ΚΑΡΟΛΟΥ ΝΤΗΛΓΩΝΙΑ ΤΗΛ: 270727-222594
ΑΡΤΑΚΗΣ 12 - Κ. ΤΟΥΜΠΑ ΤΗΛ: 919113-949422
www.synhrono.gr

Απαντήσεις Μαθηματικών Γενικής 2017

Θέμα Α

A1

Σχολικό βιβλίο σελίδα 31

A2

Σχολικό βιβλίο σελίδα 14

A3

Σχολικό βιβλίο σελίδα 72

A4

1. Σωστό
2. Λάθος (είναι λάθος η φορά της ανίσωσης)
3. Λάθος (μπορούν να χρησιμοποιηθούν τόσο για ποιοτικά όσο και για ποσοτικά δεδομένα)
4. Σωστό
5. Λάθος (θα έπρεπε να είναι A-B)

Θέμα Β

x_i	v_i	$x_i \cdot v_i$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot v_i$	N_i
1	2	2	18	2
3	3	9	3	5
5	4	20	4	9
9	1	9	25	10
Σύνολο	10	40	50	-

B1

$$1. \quad \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 x_i \cdot v_i}{v} = \frac{40}{10} = 4$$

2.

$$3. \quad s^2 = \frac{\sum_{i=1}^4 (x_i - \bar{x})^2 \cdot v_i}{v} = \frac{50}{10} = 5$$

B2

Πρέπει να υπολογίσουμε τον συντελεστή μεταβλητότητας. Ισχύει ο τύπος:

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{5}}{4}$$

Στην συνέχεια ελέγχουμε αν ο συντελεστής είναι μικρότερος ή ίσος με $0,10 = \frac{1}{10}$

$$\text{Έστω } CV \leq \frac{1}{10} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{5}}{4} \leq \frac{1}{10} \Leftrightarrow \frac{5}{16} \leq \frac{1}{100} \Leftrightarrow 500 \leq 16 \text{ Άτοπο}$$

Άρα $CV > 0,10$, δηλαδή το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

Θέμα Γ

Γ1

Αρχικά παραγωγίζουμε την συνάρτηση f .

$$\text{Έχουμε: } f'(x) = (x^2 - x + 1)' = 2x - 1$$

Έπειτα βρίσκουμε τις ρίζες και μελετάμε το πρόσημο της f'

- $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$
- $f'(x) > 0 \Leftrightarrow 2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$
- $f'(x) < 0 \Leftrightarrow 2x - 1 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}$

Άρα προκύπτει ο παρακάτω πίνακας μονοτονίας:

x	1/2	
f'	-	+
f	Ολ Μεγ	

Άρα η συνάρτηση $f:2$ στο $(-\infty, 0)$ και $f:1$ στο $(0, +\infty)$.

Άρα παρουσιάζει ολικό ελάχιστο για $x = \frac{1}{2}$ την τιμή $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}$.

Γ2

Αρχικά υπολογίζουμε τις τιμές

$$f(2) = 4 - 2 + 1 = 3 \text{ και}$$

$$f'(2) = 4 - 1 = 3$$

Από τη θεωρία γνωρίζουμε ότι η εξίσωση της εφαπτομένης δίνεται από τη σχέση

$$y = \lambda x + \beta, \text{ όπου } \lambda = f'(2) = 3$$

Δηλαδή $y = 3x + \beta$. Άρα για $x = 2$ και $y = f(2) = 3$ έχουμε:

$$3 = 3 \cdot 3 + \beta \Leftrightarrow \beta = -3$$

Άρα η ευθεία που ψάχνουμε δίνεται από τη σχέση: $y = 3x - 3$

Γ3

- Σημείο τομής με τον άξονα γ'γ:

Βάζουμε όπου $x = 0 \Leftrightarrow y = 3 \cdot 0 - 3 \Leftrightarrow y = -3$. Άρα το σημείο τομής είναι το $(0, -3)$.

- Σημείο τομής με τον άξονα χ'χ:

Βάζουμε όπου $y = 0 \Leftrightarrow 0 = 3x - 3 \Leftrightarrow x = 1$. Άρα το σημείο τομής είναι το $(-1, 0)$.

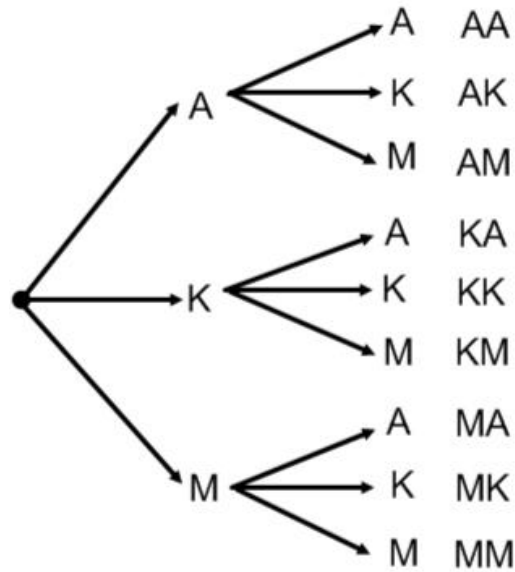
Γ4

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{f(x)} - 1}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x^2 - x + 1} - 1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)}{(x - 1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x + 1 - 1}{(x - 1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x - 1)}{(x - 1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)} = \frac{1}{\sqrt{1 - 1 + 1} + 1} = \frac{1}{1 + 1} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Θέμα Δ

Δ1

Αρχικά σχηματίζουμε το δένδροδιάγραμμα του πειράματος:



Άρα ο δειγματικός χώρος είναι:

$$\Omega = \{AA, AK, AM, KA, KK, KM, MA, MK, MM\}$$

Δ2

Τα ενδεχόμενα A και B είναι:

$$A = \{AM, KM, MM\}$$

Και

$$B = \{AK, AM, KA, KM, MA, MK\}$$

Δ3

1. Από τα προηγούμενα ερωτήματα έχουμε:

$$N(\Omega) = 9, N(A) = 3, N(B) = 6$$

Άρα:

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{3}{9}, P(B) = \frac{N(B)}{N(\Omega)} = \frac{6}{9}$$

$$\text{Όμως: } A \cap B = \{AM, KM\} \Leftrightarrow N(A \cap B) = 2$$

Άρα:

- $P(A \cap B) = \frac{N(A \cap B)}{N(\Omega)} = \frac{2}{9}$
- $P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{9} = \frac{6}{9}$
- $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{3}{9} - \frac{2}{9} = \frac{1}{9}$
- $P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{6}{9} - \frac{2}{9} = \frac{4}{9}$

2. Τα ενδεχόμενα A και Γ είναι ασυμβίβαστα, δηλαδή: $A \cap \Gamma = \emptyset$, και τα ενδεχόμενα B και Γ ομοίως, δηλαδή: $B \cap \Gamma = \emptyset$.

Άρα για το ενδεχόμενο Γ ισχύει μία από τις παρακάτω περιπτώσεις:

- $\Gamma = \emptyset \Leftrightarrow P(\Gamma) = 0$
- $\Gamma = \{AA\} \Leftrightarrow P(\Gamma) = \frac{1}{9}$
- $\Gamma = \{KK\} \Leftrightarrow P(\Gamma) = \frac{1}{9}$
- $\Gamma = \{AA, KK\} \Leftrightarrow P(\Gamma) = \frac{2}{9}$

Άρα η μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει η πιθανότητα του Γ είναι $\frac{2}{9}$,

δηλαδή $P(\Gamma) \leq \frac{2}{9}$