ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ 2017

ΘΕΜΑ Α

Α1. Θεωρία βιβλίου σελίδα 31

Α2. α) Λ

β) Σ

γ) Σ

Α3. α) $\left(x^{\rho}\right)' = \rho x^{\rho-1}$, σελίδα 29 σχ. βιβλίου

β) $(\sigma\upsilon\nu\, x)' = -\eta\mu\, x$, σελίδα 31 σχ. βιβλίου

γ) $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{\nu} x_i w_i}{\sum_{i=1}^{\nu} w_i}$, σελίδα 87 σχ. βιβλίου

ΘΕΜΑ Β

Β1. Δίνεται: $\kappa = \lim_{x\to 1}\dfrac{x^2+x-2}{x-1}$

Παρατηρούμε ότι το όριο είναι της απροσδιόριστης μορφής $\left(\frac{0}{0}\right)$. Άρα πρέπει να παραγοντοποιήσουμε τον αριθμητή x^2+x-2.

Έχουμε: $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 1^2 - 4\cdot 1\cdot(-2) = 1+8 = 9$, άρα οι λύσεις είναι:

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm\sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-1\pm\sqrt{9}}{2\cdot 1} = \frac{-1\pm 3}{2} = \left\langle \begin{matrix} 1 \\ -2 \end{matrix} \right.$$

Δηλαδή, $x^2+x-2 = (x-1)(x+2)$

Άρα,

$$\kappa = \lim_{x\to 1}\frac{x^2+x-2}{x-1} = \lim_{x\to 1}\frac{\cancel{(x-1)}(x+2)}{\cancel{(x-1)}} = \lim_{x\to 1}(x+2) = 1+2 = 3$$

Δηλαδή, $\kappa = 3$.

B2. Γνωρίζοντας ότι το $\kappa = 3$, οι βαθμολογίες των φοιτητών είναι:

4, 3, 5, 6, 7, 4, 6, 5, 6, 4

Η μέση τιμή δίνεται από τον τύπο:

$\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{10} t_i}{\nu}$, όπου t_i οι βαθμολογίες και ν το πλήθος

Άρα, $$\bar{x} = \frac{4+3+5+6+7+4+6+5+6+4}{10} = \frac{50}{10} = 5$$

B3. Η διακύμανση δίνεται από τον τύπο:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{10}\left(t_i-\bar{x}\right)^2}{\nu} =$$

$$= \frac{(4-5)^2+(3-5)^2+(5-5)^2+(6-5)^2+(7-5)^2+(4-5)^2+(6-5)^2+(5-5)^2+(6-5)^2+(4-5)^2}{10} =$$

$$= \frac{1+4+0+1+4+1+1+0+4+1}{10} = \frac{14}{10} = 1,4$$

Άρα, $s^2 = 1,4$.

B4. Είναι: $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{1,4} \cong 1,18$

Ο συντελεστής μεταβολής δίνεται
από τον τύπο:

<u>ΘΕΜΑ Γ</u>

Γ1. Ξέρουμε ότι στην κανονική κατανομή η διάμεσος και η μέση τιμή συμπίπτουν, άρα αφού έχουμε $\delta = 40$, προκύπτει ότι: $\bar{x} = 40$.

Γ2. Το 16% των εργαζομένων με ηλικία μικρότερη των 35 ετών αντιστοιχεί στο $\bar{x} - s$, άρα:

$$\bar{x} - s = 35 \Leftrightarrow 40 - s = 35 \Leftrightarrow s = 5$$

Γ3. Είναι ν=400 εργαζόμενοι

Οι εργαζόμενοι με ηλικία μεγαλύτερη των 45 ετών είναι:

$$(13,5\% + 2,35\% + 0,15\%)\cdot 400 = 16\% \cdot 400 = \frac{16}{100}\cdot 400 = 64 \text{ εργαζόμενοι}$$

Γ4. Οι εργαζόμενοι με ηλικία μεγαλύτερη των 30 ετών και μικρότερη των 45 ετών είναι:

$$(13,5\% + 34\% + 34\%)\cdot 400 = 81,5\% \cdot 400 = \frac{81,5}{100}\cdot 400 = 326 \text{ εργαζόμενοι}$$

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>

Δ1. $f'(x) = \left(-\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x + 1\right)' = \left(-\frac{1}{3}x^3\right)' + (2x^2)' - (3x)' + (1)' = -x^2 + 4x - 3$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 4x - 3 = 0$

$\Delta = 4^2 - 4\cdot(-1)\cdot(-3) = 16 - 12 = 4$

Άρα, οι ρίζες είναι οι: $x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{2\cdot(-1)} = \frac{-4 \pm 2}{-2} = \begin{cases} 1 \\ 3 \end{cases}$

x 3	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$	−	+	−
$f(x)$			

Η f είναι γνησίως φθίνουσα στα διαστήματα $(-\infty, 1]$ και $[3, +\infty)$.

Η f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $[1,3]$.

Δ2. Στο $x=1$ παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο ίσο με:

$$f(1) = -\frac{1}{3} + 2 - 3 + 1 = -\frac{1}{3}$$

Στο $x=3$ παρουσιάζει τοπικό μέγιστο ίσο με:

$$f(3) = -9 + 18 - 9 + 1 = 1$$

Δ3. Αναζητούμε $x_0 \in \mathbb{R}$ τέτοιο ώστε:

$f'(x_0) = 1 \Leftrightarrow -x_0^2 + 4x_0 - 3 = 1 \Leftrightarrow x_0^2 - 4x_0 + 4 = 0 \Leftrightarrow (x_0 - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x_0 = 2$

Άρα, $f(2) = -\frac{8}{3} + 8 - 6 + 1 = \frac{1}{3}$

Επομένως, το ζητούμενο σημείο είναι το $M\left(2, \frac{1}{3}\right)$.

Δ4. $f''(x) = -2x + 4$

Για τα x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 έχουμε $s_x = 3$.

Οπότε είναι: $y_i = -2x_i + 4, \ i = 1,\dots,5$ και ακόμη, σύμφωνα με εφαρμογή βιβλίου (σελίδα 99) είναι :

$$s_y = |-2| s_x = 2 \cdot 3 = 6$$

Επιμέλεια: Ν. Μακρής , Κ. Ηλιάδης , Στ. Ζαχαράκης , Ε. Μαργαριτέλη