σύγχρονο
ΚΕΝΤΡΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

04-11-2017

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1.

α) Σ **β)** Σ **γ)** Σ **δ)** Σ

Α2. **α)** $(x-4)^2 = x^2 - 8x + 16$

β) $(2x+5)^2 = 4x^2 + 20x + 25$

γ) $(x+2)^3 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

δ) $(\alpha-1)(\alpha+1) = \alpha^2 - 1$

ε) $(y^2-2)^3 = y^6 - 6y^4 + 12y^2 - 8$

ΘΕΜΑ Β

Β1. 84: 8+4=12, το 12 διαιρείται με το 3, αλλά όχι με το 9, επομένως ο αριθμός 84 διαιρείται μόνο με το 3.

268: 2+6+8=16, το 16 δε διαιρείται ούτε με το 3, άρα συνεπώς ούτε με το 9, επομένως ο αριθμός 268 δε διαιρείται ούτε με το 3 ούτε με το 9.

5.643: 5+6+4+3=15, το 15 δε διαιρείται με το 3, αλλά διαιρείται με το 9, επομένως ο αριθμός 5.643 διαιρείται μόνο με το 9.

Β2.

24	42	54	2
12	21	27	2
6	21	27	2
3	21	27	3
1	7	9	3
1	7	3	3
1	7	1	7
1	1	1	

Ε.Κ.Π.(24, 42, 54)= $2^3 \cdot 3^3 \cdot 7 = 1.512$

Μ.Κ.Δ.(24, 42, 54)= $2 \cdot 3 = 6$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. α)

$$(x+y)^3-3(x+y)^2\cdot y+3(x+y)\cdot y^2-y^3=$$
$$=x^3+3x^2y+3xy^2+y^3-3\left(x^2+2xy+y^2\right)\cdot y+3xy^2+3y^3-y^3=$$
$$=x^3\cancel{+3x^2y}\underline{+3xy^2}\cancel{+y^3}\cancel{-3x^2y}\underline{-6xy^2}\cancel{-3y^3}\underline{+3xy^2}\cancel{+3y^3}\cancel{-y^3}=x^3$$

β)
$$(x-1)(x+1)\left(x^2+1\right)-\left(x^2+2\right)^2-4x(1-x)=$$
$$=\left(x^2-1\right)\left(x^2+1\right)-\left(x^4+4x^2+4\right)-4x+4x^2=$$
$$=\cancel{x^4}-1\cancel{-x^4}\cancel{-4x^2}-4-4x\cancel{+4x^2}=-5-4x$$

Γ2. α) $3x+3y=3(x+y)$

β) $5\alpha+5=5(\alpha+1)$

γ) $x(x-7)+3(x-7)=(x-7)(x+3)$

δ) $3\alpha y-y^2=y(3\alpha-y)$

ε) $x^3-64=x^3-4^3=(x-4)\left(x^2+4x+16\right)$

στ) $x^2+8x+16=(x+4)^2$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. α) Όταν ισχύει η ισότητα $\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\gamma}{\delta}$ **(1)**, τότε τα ευθύγραμμα τμήματα α και γ είναι ανάλογα προς τα ευθύγραμμα τμήματα β και δ. Η **(1)** λέγεται αναλογία.

β) Η σωστή απάντηση είναι το γ)

Δ2. Είναι: $ΑΕ = ΑΓ - ΕΓ = 10 - 4 = 6$, κι επειδή ΔΕ//ΒΓ από το Θεώρημα του Θαλή προκύπτει ότι: $\frac{ΑΔ}{ΔΒ} = \frac{ΑΕ}{ΕΓ} \Leftrightarrow \frac{5}{x} = \frac{6}{4} \Leftrightarrow 6x = 20 \Leftrightarrow x = \frac{20}{6} \Leftrightarrow x = \frac{10}{3}$

Δ3. α) Αφού ΑΒ//ΓΔ, $\hat{Α} = \hat{Γ}$, $\hat{Β} = \hat{Δ}$, ως εντός εναλλάξ γωνίες, άρα τα τρίγωνα ΑΟΒ και ΓΟΔ είναι όμοια διότι έχουν <u>δύο γωνίες ίσες μία προς μία</u>. (Παρατηρούμε ότι έχουν όλες τις γωνίες τους ίσες μία προς μία, καθώς οι γωνίες $Α\hat{Ο}Β = Γ\hat{Ο}Δ$, ως κατακορυφήν, αλλά για την ομοιότητα των τριγώνων χρειαζόμαστε μόνο δύο).

β) Από την ομοιότητα των παραπάνω τριγώνων προκύπτουν οι εξής αναλογίες:

Θα είναι: $\frac{ΑΟ}{ΟΓ} = \frac{ΟΒ}{ΟΔ} = \frac{ΑΒ}{ΔΓ} \Leftrightarrow \frac{ΑΟ}{ΟΓ} = \frac{ΟΒ}{ΟΔ} \Leftrightarrow \frac{8}{4} = \frac{6}{ΟΔ} \Leftrightarrow 2 = \frac{6}{ΟΔ} \Leftrightarrow ΟΔ = 3cm$