

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ**

**04-11-2017**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Τι λέγεται γραμμικός συνδυασμός των διανυσμάτων  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$  ;

Μονάδες 5

**A2.** Αν  $A(x_1, y_1)$  και  $B(x_2, y_2)$  είναι δύο σημεία του επιπέδου και  $M(x, y)$  το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος  $AB$ , να αποδείξετε ότι

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} \text{ και } y = \frac{y_1 + y_2}{2} .$$

Μονάδες 10

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Ισχύει ότι  $|\vec{\alpha} + \vec{\beta}| = |\vec{\alpha}| + |\vec{\beta}|$  για κάθε διάνυσμα  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$  .

**β)** Αν ισχύει  $\lambda \cdot \vec{\alpha} = \vec{0}$  , τότε πρέπει  $\lambda = 0$  .

**γ)** Δίνονται τα σημεία  $A(x_1, y_1)$  και  $B(x_2, y_2)$  . Τότε  $\vec{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$  .

**δ)** Αν για τα διανύσματα  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$  ισχύει ότι  $\vec{\alpha} + 2\vec{\beta} = \vec{0}$  , τότε τα διανύσματα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  είναι ομόρροπα.

**ε)** Αν για τα διανύσματα  $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$  και  $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$  ισχύει  $x_1 y_2 - x_2 y_1 = 0$  , τότε τα διανύσματα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  είναι παράλληλα.

Μονάδες 10

**ΘΕΜΑ Β**

**B1.** Έστω  $M$  εσωτερικό σημείο ενός παραλληλογράμμου  $AB\Gamma\Delta$ . Να δείξετε ότι:

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{M\Gamma} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{\Delta M} = \vec{0}$$

Μονάδες 7

**B2.** Δίνονται τα σημεία  $A, B, \Gamma$  και το σημείο  $M$  για το οποίο ισχύει η σχέση:

$$7\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{\Gamma M} = 4\overrightarrow{MA}.$$

Να αποδείξετε ότι τα σημεία  $A, B, \Gamma$  είναι συνευθειακά.

Μονάδες 8

**B3.** Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha} = (2, -4)$ ,  $\vec{\beta} = (-3, -2)$  και  $\vec{\gamma} = (7, -6)$ . Να αναλύσετε το διάνυσμα  $\vec{\gamma}$  ως γραμμικό συνδυασμό των  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ .

Μονάδες 10

**ΘΕΜΑ Γ**

**Γ1.** Να βρεθεί σημείο  $M$  στο επίπεδο του τριγώνου  $AB\Gamma$  τέτοιο, ώστε:

$$2\overrightarrow{AM} - 3\overrightarrow{MB} + 5\overrightarrow{M\Gamma} = \vec{0}$$

Μονάδες 8

**Γ2.** Δίνονται τα σημεία  $A(1, 2)$ ,  $B(3, \kappa)$  και  $\Gamma(\mu - 1, \mu + 2)$ .

**α)** Να βρείτε την τιμή του  $\kappa \in \mathbb{R}$ , ώστε το διάνυσμα  $\overrightarrow{AB}$  να έχει συντελεστή διεύθυνσης  $\lambda = 5$ .

Μονάδες 8

**β)** Να βρείτε την τιμή του  $\mu \in \mathbb{R}$ , ώστε τα διανύσματα  $\overrightarrow{AB}$  και  $\overrightarrow{B\Gamma}$  να είναι παράλληλα.

Μονάδες 9

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνονται τα διανύσματα  $\overrightarrow{AB} = (-4, 3)$  και  $\overrightarrow{\Gamma\Delta} = \left(-2, \frac{3}{2}\right)$ , όπου  $A(2, 1)$  και  $\Delta\left(1, \frac{9}{2}\right)$ .

**α)** Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων  $B$  και  $\Gamma$ .

Μονάδες 4

**β)** Αν  $M$  είναι το μέσο του ευθυγράμμου τμήματος  $B\Gamma$ , να βρείτε τις συντεταγμένες του  $M$  και το  $|\overrightarrow{M\Delta}|$ .

Μονάδες 5

**γ)** Να αποδείξετε ότι τα σημεία  $A, B, \Gamma$  αποτελούν κορυφές τριγώνου.

Μονάδες 5

δ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Ε που ανήκει στον άξονα  $x'x$ , ώστε  $\overrightarrow{EM} // \overrightarrow{MA}$ .

Μονάδες 5

ε) Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος  $\vec{u} = 2\overrightarrow{AM} - 4\overrightarrow{MB}$

Μονάδες 6

**ΔΙΑΡΚΕΙΑ 3 ΩΡΕΣ**  
**ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**