σύγχρονο
ΚΕΝΤΡΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΤΣΙΜΙΣΚΗ &ΚΑΡΟΛΟΥ ΝΤΗΛ ΓΩΝΙΑ ΤΗΛ: 270727–222594
ΑΡΤΑΚΗΣ 12 - Κ. ΤΟΥΜΠΑ ΤΗΛ: 919113–949422
www.syghrono.gr

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΕΠΑΛ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΣΑΒΒΑΤΟ 9 ΙΟΥΝΙΟΥ 2018

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1.

α. σελ. 65 σχολικό βιβλίο (πάνω)

β. σελ. 65 σχολικό βιβλίο (κάτω)

γ. σελ. 65 σχολικό βιβλίο (κάτω κάτω)

Α2. σελ. 22 σχολικό βιβλίο

Α3.

α. Σ

β. Λ

γ. Λ (σελ. 70 σχολικό βιβλίο)

δ. Σ

ε. Λ (σελ. 40 σχολικό βιβλίο)

ΘΕΜΑ Β

Β1. Έχουμε 5 παρατηρήσεις, οπότε η διάμεσος θα είναι, εφόσον έχουν διαταχθεί οι παρατηρήσεις σε αύξουσα σειρά, η μεσαία παρατήρηση, δηλαδή η x_3.

Επειδή $14,12,18,16 \neq 15$, θα πρέπει:

$$\delta = x_3 = 15 \Rightarrow 4\alpha - 1 = 15 \Rightarrow 4\alpha = 16 \Rightarrow \alpha = 4$$

Β2. Για $\alpha = 4$ οι παρατηρήσεις είναι $12,14,15,16,18$.

Η μέση τιμή είναι $\bar{x} = \frac{1}{\nu}\sum_{i=1}^{5} x_i = \frac{14+12+18+15+16}{5} = \frac{75}{5} = 15$

Η διακύμανση είναι

$$s^2 = \frac{1}{\nu}\sum_{i=1}^{5}(\mathrm{x}_i - \bar{\mathrm{x}})^2 = \frac{(14-15)^2 + (12-15)^2 + (18-15)^2 + (15-15)^2 + (16-15)^2}{5} =$$
$$= \frac{1+9+9+0+1}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

Η τυπική απόκλιση είναι $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{4} = 2$.

Β3. Ο Συντελεστής Μεταβλητότητας είναι

$$CV = \frac{s}{|\bar{x}|} = \frac{2}{|15|} = \frac{2}{15} \simeq 0{,}133 \text{ ή } 13{,}3\% > 10\%.$$

Άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

Β4. Οι καινούριοι αριθμοί θα είναι της μορφής $y_i = -2x_i + 5$.

Άρα, σύμφωνα με την εφαρμογή του σχολικού βιβλίου (σελ. 99), έχουμε

$$\bar{y} = -2\bar{x} + 5 = -2 \cdot 15 + 5 = -30 + 5 = -25$$

$$s_y = |-2| \cdot s_x = 2 \cdot s_x = 2 \cdot 2 = 4$$

Οπότε, ο νέος συντελεστής μεταβολής θα είναι

$$CV' = \frac{s_y}{|\bar{y}|} = \frac{4}{|-25|} = \frac{4}{25} = \frac{16}{100} = 0{,}16 \quad \text{ή} \quad 16\% .$$

<u>ΘΕΜΑ Γ</u>

Γ1. Η Εφαπτομένη στο σημείο $M(1, f(1))$ είναι παράλληλη στο άξονα $x'x$.

Άρα, $\lambda = f'(1) = 0$.

$f'(\mathrm{x}) = 6x^2 - 6\kappa x$

$f'(1) = 0 \Rightarrow 6 \cdot 1^2 - 6 \cdot \kappa \cdot 1 = 0 \Rightarrow 6 - 6\kappa = 0 \Rightarrow 6\kappa = 6 \Rightarrow \kappa = 1$.

Γ2. Για $\kappa = 1$ έχουμε $f(\mathrm{x}) = 2\mathrm{x}^3 - 3x^2 + 1$, $x \in \mathbb{R}$

$f'(\mathrm{x}) = 6\mathrm{x}^2 - 6x$

$f''(\mathrm{x}) = 12\mathrm{x} - 6 = 6(2\mathrm{x} - 1)$

$f''(\mathrm{x}) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

x	$-\infty$	1/2	$+\infty$
$f''(x)$	-	0	+
$f'(x)$	2		1
		Ο.Ε	

Άρα, ο ρυθμός μεταβολής της f γίνεται ελάχιστος για $x = \frac{1}{2}$.

Γ3. $f'(\mathrm{x}) = 6\mathrm{x}^2 - 6x$, $f''(\mathrm{x}) = 12\mathrm{x} - 6$

Η εφαπτομένη της f' στο σημείο $(-1, f(-1))$ θα έχει τη μορφή ε: $y = \lambda x + \beta$,

όπου $\lambda = f''(-1) = -12 - 6 = -18$.

Άρα, ε: $y = -18x + \beta$.

Το σημείο $(-1, f'(-1))$ ή $(-1,12)$ ανήκει στην ευθεία ε, άρα οι συντεταγμένες του επαληθεύουν την εξίσωση της $y=-18x+\beta$:

$12=-18\cdot(-1)+\beta \Rightarrow 12=18+\beta \Rightarrow \beta=-6$.

Άρα, η εξίσωση εφαπτομένης είναι η ε: $y=-18x-6$.

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>

Δ1. $f(\mathrm{x})=\sqrt{x^2+4}+2018 \quad , \; x\in\mathbb{R}$

$$f'(\mathrm{x})=\left(\sqrt{x^2+4}+2018\right)'=\left(\sqrt{x^2+4}\right)'+\left(2018\right)'=\frac{1}{2\sqrt{x^2+4}}\left(x^2+4\right)'+0=\frac{2x}{2\sqrt{x^2+4}}\Rightarrow$$

$$f'(\mathrm{x})=\frac{x}{\sqrt{x^2+4}}, x\in\mathbb{R}$$

Δ2.

$$f'(\mathrm{x})=0 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}=0 \Leftrightarrow x=0$$

$$f'(\mathrm{x})>0 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}>0 \overset{\sqrt{x^2+4}>0}{\Leftrightarrow} x>0$$

$$f'(\mathrm{x})<0 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}<0 \overset{\sqrt{x^2+4}>0}{\Leftrightarrow} x<0$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	2		1

Ο.Ε.

Από τον παραπάνω πίνακα παρατηρούμε ότι:

Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $(-\infty, 0]$

Η f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $[0,+\infty)$

Η f παρουσιάζει για $x=0$ ολικό ελάχιστο, το

$f(0)=\sqrt{0^2+4}+2018=\sqrt{4}+2018=2+2018=2020$.

Δ3.

$$\lim_{x\to 0}\frac{(x^2+4)f'(x)-2x}{x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{(x^2+4)\dfrac{x}{\sqrt{x^2+4}}-2x}{x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{(\sqrt{x^2+4}^{\cancel{2}})\dfrac{x}{\cancel{\sqrt{x^2+4}}}-2x}{x^2}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x\sqrt{x^2+4}-2x}{x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{\cancel{x}\left(\sqrt{x^2+4}-2\right)}{x^{\cancel{2}}}=\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x^2+4}-2}{x}\overset{\frac{0}{0}}{=}\lim_{x\to 0}\frac{\left(\sqrt{x^2+4}-2\right)\left(\sqrt{x^2+4}+2\right)}{x\left(\sqrt{x^2+4}+2\right)}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x^2+4}^2-2^2}{x\left(\sqrt{x^2+4}+2\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{x^2+4-4}{x\left(\sqrt{x^2+4}+2\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{x^{\cancel{2}}}{\cancel{x}\left(\sqrt{x^2+4}+2\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sqrt{x^2+4}+2}=\frac{0}{4}=0$$

Επιμέλεια: Ηλιάδης Κ.

Ζαχαράκης Σ.

Μαργαριτέλη Ε.

Νάκος Α.

Παπαπλιούρας Ν.