ΚΕΝΤΡΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΗΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΤΣΙΜΙΣΚΗ & ΚΑΡΟΛΟΥ ΝΤΗΛ ΓΩΝΙΑ
ΤΗΛ: 270727 – 222594
ΑΡΤΑΚΗΣ 12 – Κ. ΤΟΥΜΠΑ
ΤΗΛ: 919113 – 949422
www.syghrono.gr

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ – ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΣΑΒΒΑΤΟ 3 ΙΟΥΝΙΟΥ 2023

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Θεωρία- Απόδειξη σχολικού βιβλίου σελίδα 30

Α2. Θεώρημα- Ορισμός σχολικού βιβλίου σελίδα 22

Α3.

1. Λ
2. Σ
3. Σ
4. Λ
5. Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Η f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως πολυωνυμική με

$$f(x) = 2x^3 + \alpha x^2 - 12x + 10$$
$$f'(x) = 6x^2 + 2\alpha x - 12$$

Β2. $f'(1) = 0 \Leftrightarrow 6 + 2\alpha - 12 = 0 \Leftrightarrow \alpha = 3$

Β3. $f'(x)=0 \Leftrightarrow 6x^2+6x-12=0 \Leftrightarrow 6\left(x^2+x-2\right)=0 \Leftrightarrow x=-2 \quad ή \quad x=1$

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$	Τ.Μ	$\searrow$	Τ.Ε.	$\nearrow$	

Η f είναι γνησίως αύξουσα στα διαστήματα $(-\infty,-2],[1,+\infty)$ και γνησίως φθίνουσα στο $[-2,1]$.

Παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για $x=-2$ το $f(-2)=30$ και τοπικό ελάχιστο για $x=1$ το $f(1)=3$.

Β4. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{6\left(x^2+x-2\right)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{6(x+2)(x-1)}{x-1}=18$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

$$\bar{x}=14 \Leftrightarrow \frac{1}{\nu}\sum_{i=1}^{4}x_i\cdot\nu_i=14 \Leftrightarrow \frac{200+210+18\nu_3+110}{\nu_1+\nu_2+\nu_3+\nu_4}=14 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{520+18\nu_3}{40+\nu_3}=14 \Leftrightarrow 520+18\nu_3=560+14\nu_3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4\nu_3=40 \Leftrightarrow \nu_3=10$$

Γ2.

Κλάσεις [,)	Κεντρική τιμή x_i	Συχνότητα ν_i	$x_i\nu_i$
[8,12)	10	20	200
[12,16)	14	15	210
[16,20)	18	10	180
[20,24)	22	5	110
	Σύνολο	50	700

Γ3.

$x_i - \bar{x}$	$\left(x_i - \bar{x}\right)^2$	$\left(x_i - \bar{x}\right)^2 \cdot \nu_i$
-4	16	320
0	0	0
4	16	160
8	64	320
		800

Κλάσεις [,)	Κεντρική τιμή x_i	Συχνότητα ν_i	$x_i\nu_i$
[8,12)	10	20	200
[12,16)	14	15	210
[16,20)		ν_3	
[20,24)		5	
	Σύνολο		

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{4}\left(x_i - \bar{x}\right)^2 \cdot \nu_i}{\nu} = \frac{800}{50} = 16$$

Γ4. $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{16} = 4$

$CV = \frac{s}{|\bar{x}|} = \frac{4}{14} = \frac{2}{7} > 0{,}1$, άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

$f(x) = -\frac{1}{x^2}, x \neq 0$

$f'(x) = \frac{2}{x^3}$

$f'(x) > 0 \Leftrightarrow x > 0$, άρα η f είναι γνησίως αύξουσα στο $(0, +\infty)$

$f'(x) < 0 \Leftrightarrow x < 0$, άρα η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty, 0)$

Δ2. Για κάθε $x \in [-4,-1]$ η f είναι γνησίως φθίνουσα, άρα:

$$-4 \le x \le -1 \overset{f\searrow}{\Leftrightarrow} f(-4) \ge f(x) \ge f(-1) \Leftrightarrow -\frac{1}{16} \ge f(x) \ge -1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -1 \le f(x) \le -\frac{1}{16}$$

Δ3. Η εξίσωση της εφαπτομένης (ε) της C_f στο σημείο M(1,f(1)) είναι η:

$(\varepsilon): y = f'(1)\cdot x + \beta$

$f'(1) = 2, f(1) = -1$

Άρα, $\begin{array}{l}(\varepsilon): y = 2x + \beta \\ M \in (\varepsilon): -1 = 2 + \beta \Leftrightarrow \beta = -3\end{array}$

Τελικά, $(\varepsilon): y = 2x - 3$.

Δ4. Από εφαρμογή του σχολικού βιβλίου ισχύει ότι:

$$\bar{y} = 2\bar{x} - 3 \Leftrightarrow \bar{y} = 2\cdot 4 - 3 = 5$$
$$s_y = 2\cdot s_x = 2\cdot 2 = 4$$

$$CV = \frac{s_y}{|\bar{y}|} = \frac{4}{5} = 0{,}8 \text{ ή } 80\%$$

Επιμέλεια: Αϊβαλιώτη Ελένη, Μαργαριτέλη Ελένη